

<https://doi.org/10.24867/JPE-1994-11-187>

ORIGINALNI NAUČNI RAD

Zeljковић, Ž., Zeljković, M., Novaković, D., Komarica, N., Gatalo, R.*

**PRILOG ANALIZI KARAKTERISTIKA I MOGUĆNOSTI PROGRAMSKIH
SISTEMA UNIVERZALNE NAMENE KOJI BAZIRAJU NA MKE**

**A CONTRIBUTION TO THE ANALYSIS OF CHARACTERISTICS AND PERFOR-
MANCES OF GENERAL PURPOSE PROGRAMMING SYSTEMS BASED ON FEM**

Summary

The paper presents an analytical review of the most widely known software packages for FE (finite elements) analysis. Basic features of these systems have been sorted into nine characteristic groups which mainly correspond to particular phases in their implementation. The analysis results show substantial presence of menu-techniques (91.17%), mouse and dialogue input methods (85.29%). Beside linear, the majority of systems allows nonlinear statical and dynamical behaviour analysis. Large number of analyzed systems is capable of parametric optimization (55.88%). The analyzed FE systems provide an extensive gamut of means for analysis-results presentation, from color display of iso-lines and iso-contours (55.88%), to animation of stresses, deformations and natural forms of oscillations. All present systems are capable of interfacing CAD systems as well as the other FE systems. The interfacing is realized mostly by IGES and HPGL formats. Almost three quarters of the systems (70.59%) feature an integrated pre- and post-processor while more than 50% of the systems include an interface to pre- and post-processor.

The remainder of the paper presents original results in the application of I-DEAS software system in the case of linear statical behaviour of a machine tool main spindle. Some ways of modeling and discretization of model by use of finite elements are pointed at, followed by definition of boundary conditions and loads. The paper concludes with an illustration and analysis of behaviour of a main spindle for different load variants.

*) Zeljković Željko, dipl. ing., asistent u nir., Zeljković mr Milan, dipl. ing., asistent, Novaković Dragoljub, dipl. ing., Komarica dr Novko, dipl. ing., vanredni profesor, Gatalo dr Ratko, dipl. ing., redovni profesor, Fakultet tehničkih nauka, Institut za proizvodno mašinstvo, Vladimira Perića Valtera 2, 21000 Novi Sad

Rezime

Rad sadrži rezultate analize karakteristika MKE programskih sistema i sopstvenih istraživanja u primeni programskog sistema I-DEAS pri analizi statičkog ponašanja glavnog vretena.

U prvom delu rada daje se uporedni prikaz mogućnosti i karakteristika nekih od programskih sistema za automatizovani proračun primenom metoda konačnih elemenata, posebno sa stanovišta komuniciranja sa korisnikom i mogućnosti procesora.

Drugi deo rada sadrži rezultate analize statičkog ponašanja sklopa glavnog vretena metodom konačnih elemenata primenom programskog sistema I-DEAS. Prvo se prikazuje način modeliranja glavnog vretena i diskretizacija modela konačnim elementima. Nakon toga definišu se granični uslovi i opterećenja. Na kraju se daje prikaz i analiza rezultata ponašanja sklopa glavnog vretena za različite varijante opterećenja.

1.0 UVOD

Razvoj računarske tehnike je doveo do mogućnosti bržeg razvoja proračunskih i konstrukcionih rešenja u svim segmentima tehnike. Razvoj novih, savremenih mašina alatki, pored povećanja nivoa automatizacije, nametnuo je potrebu uvođenja novih principa i metoda u oblasti proračuna i konstrukcije. Dominantno mesto u analizi i proračunu vitalnih elemenata mašina alatki imaju numeričke metode, a naročito je metod konačnih elemenata široko primenljiv.

Postoji čitav niz razvijenih programskih sistema za analizu uticaja opterećenja, statičkog, dinamičkog i toplotnog ponašanja elemenata na bazi teorije metoda konačnih elemenata (MKE sistemi). Najsavremeniji od njih omogućavaju automatsko modeliranje za razne vrste proračuna, kao i efikasnu mogućnost prikazivanja rezultata proračuna. Takvi programski sistemi su primenljivi u uslovima gde složenost matematičkog aparata, opterećenja i geometrijskog oblika otežava ili čak onemogućava primenu analitičkih metoda. Neki od ovih sistema su razvijeni za univerzalnu namenu, a drugi specijalno za odgovarajuće područje. U cilju efikasne primene pojedinih od ovih sistema potrebno je što detaljnije upoznati njihove karakteristike i specifičnosti, kao i mogućnosti povezivanja sa drugim CAD, odnosno MKE sistemima. U radu se daje uporedni prikaz nekih od MKE sistema, kao i primena jednog od njih za analizu statičkog ponašanja glavnog vretena.

2.0 KARAKTERISTIKE PROGRAMSKIH SISTEMA ZA AUTOMATIZOVANI PRORAČUN PRIMENOM METODA KONAČNIH ELEMENATA

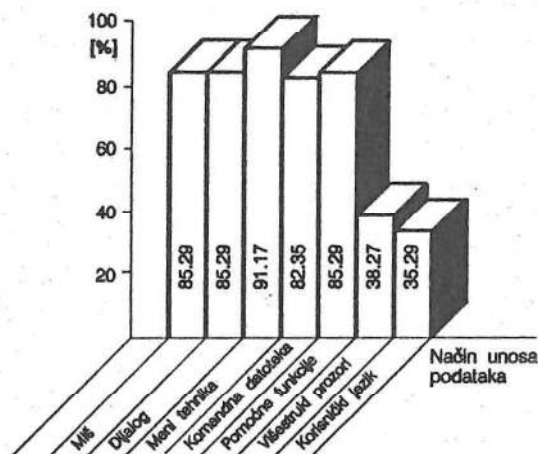
Široka i efikasna primena MKE programskih sistema je usledila nakon razvoja koji je omogućio efikasan unos podataka i generisanje mreže konačnih elemenata (KE), odnosno efikasnu interpretaciju rezultata proračuna, tako da savremeni MKE programski sistemi imaju ove dve faze analize umnogome prilagođene korisniku. Pregled određenog broja analiziranih sistema je dat u tabeli T.1. Poređenje prikazanih sistema je urađeno za devet grupa karakteristika (tabela T.2), koje u većini odgovaraju određenim fazama pri analizi, i to: A - korisnički interfejs (načini komuniciranja korisnika sa MKE sistemom); B - pred procesor (priprema podataka za proračun i analizu); C - mogućnosti procesora; D - post procesor (načini prikazivanja rezultata proračuna); E - specifične mogućnosti primene (namenski orijentisani MKE sistemi); F - mogućnosti i načini povezivanja sa drugim CAD i MKE sistemima; G - integracija pred i post procesora, odnosno odgovarajući interfejs za iste; H - zahtevi za hardver i I - proizvođač i mesto (vezano za mogućnost nabavke odgovarajućeg sistema). U okviru odgovarajućih grupa su analizirane mogućnosti

Tabela T.1 Pregled sistema za automatizovani proračun metodom konačnih elemenata
 Table T.1 A review of the systems for automated estimation by use of finite elements

Red. br.	Naziv sistema	Proizvođač Mesto	Red. br.	Naziv sistema	Proizvođač Mesto	Red. br.	Naziv sistema	Proizvođač Mesto
1.	ABAQUS	Hibbit Karlson & Sorenson - Aachen	13.	COSMOS/M	SRAC - Marburg	25.	MEANS V3 for Windows	HTA Soft. - Freisenheim
2.	ADINA	ADINA R & D, -Berlin	14.	FEMAS90	Kratzig & Partner - Bochum	26.	MEDIAS	CAP Debis/INFES - Leinfelden
3.	ANSYS	Swanson Analysis Syst. Inc. - Ebersb./ München	15.	FEMFAM	PROFEM - Aachen	27.	MSC/NASTRAN	Mac Neal-Schwender - München
4.	ANSYS-FLOTR AN	Swanson Analysis Syst. Inc. - Graßing	16.	HyperMesh	Altair Computing - Marburg	28.	PAFEC-FEM	PAFEC - hamburg
5.	ANTRAS	Gfs/ATLAS - Aachen/Essen	17.	I-DEAS	SDRC - Frankfurt	29.	PATRAN	PDA Engineering Int. - München
6.	APPLIED STRUCTURE	Rasna - München	18.	I-DEAS Master Series	SDRC - Frankfurt	30.	PERMAS	INTES - Stuttgart
7.	Applied structure + Module	Rasna - München	19.	ISAFEM	Dr Krause Software - Hamm/Nürnberg	31.	P3/PATRAN	PDA Engineering - München
8.	ASKA	IKOS - Stuttgart	20.	LARSTAN	LASSO - Stuttgart	32.	SYSTUS-Welt	Fransoft + CSI - Puchheim
9.	BravoFEM+ BravoANSYS	Application, Swanson - Frankfurt/M	21.	LS-DYNA3D	Livermote Soft. Tech. - - Graßing	33.	UAI/NASTRAN	Universal Analytics - Frankfurt
10.	BRAVO3 GRAFEM/IFAD	Schlumberger - Frankfurt/M	22.	LUSAS	FEA - Herne	34.	XFEP 3.0	K+P Finite Element - (A) Graz
11.	CASTOR SD/CASTOR 3D	CETIM - Mannheim	23.	LUSAS/MYSTR O	FEA - Herne			
12.	CATANA	CAP debis/RASNA Leinfelden - Echterdingen	24.	MEANS V2	HTA Soft. - Freisenheim			

prikazanih sistema prema dostupnim podacima [6], [7]. Osnovu za razmatranje u suštini predstavljaju sistemi prisutni na evropskom tržištu.

Na osnovu izvršene analize može se zaključiti (slika 1) da se u preko 90[%] (91.17[%]) sistema za unos podataka koristi meni tehnika, dok je primena miša, dijaloga i pomoćnih funkcija zastupljeno u 85.29[%] sistema. Primena engleskog (94.12[%]) kao jezika komunikacije je dominantna. Postojanje banki podataka u okviru korisničkog interfejsa još uvek je na niskom nivou (2.94 - 11.76[%]), osim banke materijala (47.06[%]).



Sl. 1. Učestanost pojedinih načina unosa podataka kod analiziranih MKE sistema
 Fig. 1 Frequencies of some data-input methods in the analyzed FEM systems

Tabela T.2 Pregled karakteristika primenjenih za analizu MKE sistema
Table T.2 A review of characteristics used in analysis of FEM systems

A. KORISNIČKI INTERFEJS

A.1 Način unosa podataka

1. Miš
2. Dijalog
3. Meni tehnika
4. Komandna (BAT) datoteka
5. Pomoćne funkcije
6. Višestruki prozori
7. Interaktivni unos podataka
8. Korisnički jezik

A.2 Jezik komunikacije

1. Engleski (E)
2. Nemački (N)
3. Francuski (F)

A.3 Banka podataka

1. Materijala
2. Opterećenja
3. Geometrija
4. Geometrijskih svojstava
5. ISA-DB
6. PEARL (UNIX-ova baza podataka)
7. Tabela profila

B. PRED PROCESOR

B.1 Generisanje geometrije

- Tačka**
1. Putem unosa koordinata
 2. Aktiviranje mišem u presečnoj tački
- Linije**
3. Prave
 4. Krugnice
 5. Krive
 6. Tangente
 7. Splajnovi/Bezjer-ove krive
 8. Zaobljenja

Površine

9. Površine sa otvorima
10. Obvolnice
11. Pravilne površine
12. B-splajnovi
13. NURB-ovi
14. Bazier-ove površine
15. Presvućene površine (plaštovi - ljuske)

Zapremine

16. Zapremine

B.2 Generisanje mreže

Tip konačnih elemenata u mreži

1. Linijski
2. Površinski
3. Ljuske
4. Osnosimetrični

C. MOGUĆNOSTI PROCESORA

C.1 Analiza statičkog ponašanja

- Linearno**
1. Linarno
 2. Harmonijski promenljivo opterećenje
 3. Tranzijentno ili stohastičko opterećenje
 4. Termomehanički proračun
- Nonlinearno**
5. Velika pomeranja, rotacije
 6. Velike deformacije, istezanje
 7. Izvijanje
 8. Plastično
 9. Hiperelastično
 10. Visokoplastično
 11. Puzanje

Kontakt

12. Od čvora do čvora
13. Od površine do površine

C.2 Analiza dinamičkog ponašanja

- Linearno**
1. Harmonijska pobuda
 2. Nestacionarno - tranzijentno (vremenski)
 3. Spektralna analiza
 4. Modalna sinteza
 5. Modalna sopstvena frekvencija
 6. Modalna analiza osetljivosti
 7. Analiza udara
 8. Stohastičko ponašanje
 9. Kompleksna analiza sopstvenih oblika (formi)
- Nonlinearno**
10. Tranzijentno sa strukturnom nelinearnošću
 11. Nelinearnost materijala
 12. Geometrijska nelinearnost

Visokostepena nelinearnost

13. Eksplisitna vremenska integracija

C.3 Toplotna i električna polja

1. Stacionarno
 2. Nestacionarno
 3. Toplotna provodljivost
 4. Konvekcija
 5. Zračenje
- Nelinearna**
6. Multirefleksija
 7. Fazne promene
 8. Materijali čije osobine zavise od temperature

C.4 Osetljivost i optimizacija

1. Lokalna osetljivost
2. Globalna osetljivost

3. Topološka optimizacija
4. Parametarska optimizacija
5. Proizvoljni izbor cilja optimizacije
6. Kompleksna mehanička/dinamička/termička optimizacija

D. POST PROCESOR

Mogućnosti prikazivanja rezultata

1. Prikaz u boji
2. Sadržani prikaz
3. Izolinije
4. Izopovršine
5. Izokonture
6. Predstavljanje vektora
7. Predstavljanje opterećenja i graničnih uslova
8. Predstavljanje proizvodnih preseka u lokalnim koordinatama
9. Animacija (deformacija, napona)
10. Animacija sopstvenih oblika (formi) i njihovih promena
11. Integrirani XY dijagrami
12. Selektivno čitanje vrednosti
13. Odrješivanje maksimalne i srednje vrednosti
14. Tabelarno prikazivanje (geometrija, materijal, naponi, itd.)
15. Zumiranje

E. SPECIFIČNE MOGUĆNOSTI PRIMENE

1. Mehanika loma
2. Analiza zamora - veka trajanja
3. Elektromagnetizam
4. Strujanje fluida
5. Akustika
6. Reologija
7. Metalurgija
8. Vlaknasti materijali

F. POVEZIVANJE SA DRUGIM CAD I MKE SISTEMIMA

G. INTEGRACIJA PRED I POST PROCESORA I INTERFEJSI

H. HARDVER

I. PROIZVOĐAČ I MESTO

Funkcije pred procesora su grupisane u okviru pet grupa, počev od načina generisanja geometrije do definisanja graničnih uslova. Pri definisanju geometrije tačka se najčešće definiše putem unosa koordinata (52.49[%]), linije kao prave i kružnice (52.94[%]), površine kao pravilne (79.41[%]) i zapremine (79.41[%]) (sl. 2a). Skoro kod svih razmatranih sistema se koriste zapreminski i površinski (97.06[%]) konačni elementi, a mreža konačnih elemenata je kod podjednakog broja sistema mapirana, odnosno slobodna (38.23[%]). Generisanje mreže konačnih elemenata kod velikog broja sistema je slobodno (32.35[%]) (sl. 2b). Kod najvećeg broja sistema materijal je izotropan (70.5[%]), dok ni druge vrste materijala (ortotropni, anizotropni, elastični (linearni i nelinearni)) nisu zanemarljive (sl. 2c). Najveći broj sistema omogućava definisanje opterećenja kao koncentrisanog, kontinualanog, u vidu sila, uzimanjem u obzir sopstvene težine, odnosno na osnovu prethodno definisanog pomeranja (sl. 2d).

Svi tipovi graničnih uslova su često zastupljeni dok su kruti oslonci najzastupljeniji (64.70 [%]) (sl. 2e).

Mogućnosti procesora (ugrađeni matematički modeli) su grupisane u četiri grupe, počev od analize statičkog ponašanja do mogućnosti optimizacije. U okviru analize statičkog ponašanja još uvek je najzastupljenija linearna analiza (97.06 [%]), ali nije zanemarljiva ni mogućnost nelinearne analize vezane za velika pomeranja i izvijanje (sl. 3a). Nalaženje modalnih sopstvenih frekvencija (94.12 [%]) i harmonijska pobuda (82.35 [%]) su najzastupljenije u okviru linearne analize dinamičkog ponašanja, dok je u okviru nelinearne najzastupljenija nelinearnost materijala (sl. 3b). Mogućnost parametarske optimizacije (55.88 [%]) je relativno zastupljena kod analiziranih sistema.

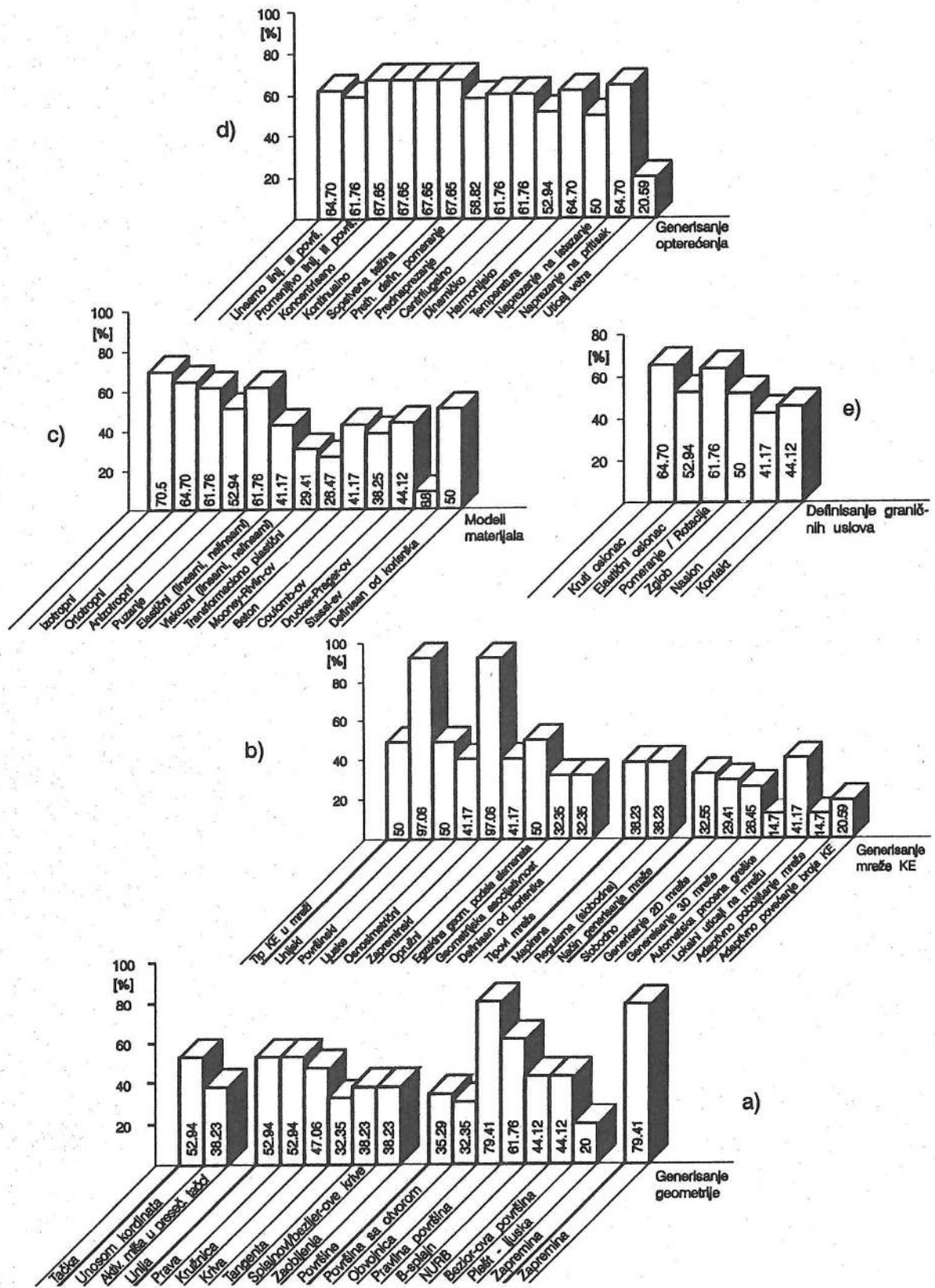
Kod primene MKE određene poteškoće predstavlja analiza rezultata što je dovelo do razvoja post procesora za ovakve sisteme. Moguće je zaključiti da post procesori kod većine MKE sistema omogućuju određivanje maksimalnih i srednjih vrednosti, odgovarajuće prikaze u boji, zumiranje prikaza, šrafitiranje prikaza, izvlačenje izolinija uz predstavljanje opterećenja i graničnih uslova (sl. 4).

Analizirani sistemi su uglavnom univerzalne namene, međutim neki od njih omogućuju, ili su namenjeni za specifične mogućnosti primene, kao što su analiza zamora - veka trajanja (52.94 [%]), u oblasti metalurgije (52.94 [%]), odnosno mehanike loma (50 [%]). Ostale specifične mogućnosti primene su ređe zastupljene.

Skoro svi analizirani MKE sistemi omogućavaju povezivanje sa drugim CAD i MKE sistemima. Povezivanje se najčešće omogućava posredstvom IGES i HPGL zapisa (interfejsa), a najčešći CAD sistemi sa kojima je moguće povezivanje su: AutoCAD, CATIA, CADAMM, CADD5. Većina MKE sistema omogućava i međusobno povezivanje, tako je moguće povezati I-DEAS sa NASTRAN-om, ANSYS-om, ABAQUS-om itd. Kod skoro tri četvrtine sistema (70.59 [%]) je integrisan pred i post procesor, a u preko 50 [%] sistema postoji interfejs za pred i post procesor.

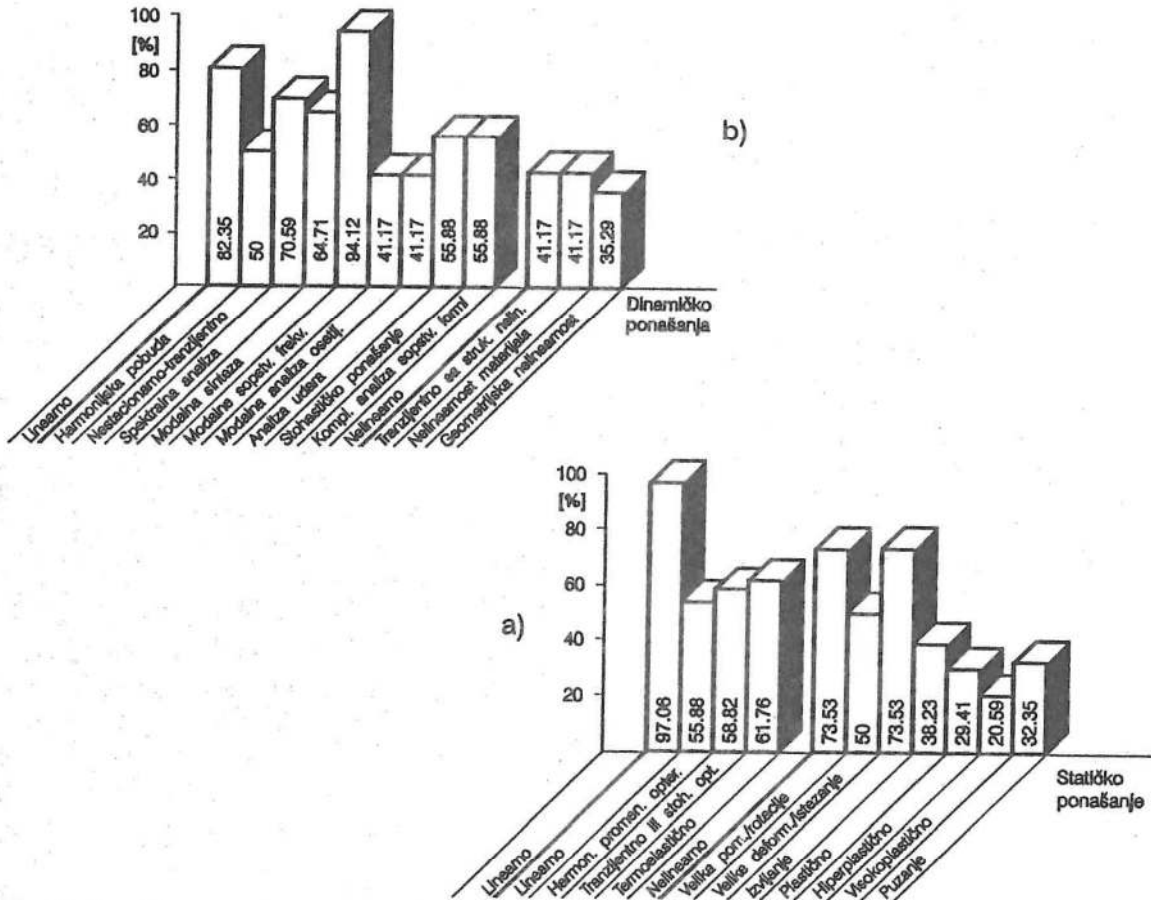
Na kraju se može konstatovati da većina MKE sistema radi pod operativnim sistemom UNIX (64.76 [%]) i VMS (44.12 [%]), dok određeni broj radi pod DOS-om, odnosno MS-DOS-om. Cena ovakvih sistema umnogome zavisi od zahtevanih mogućnosti, odnosno kupljenih modula jer su u principu ovakvi sistemi modularne gradnje.

U nastavku se na primeru jednog MKE sistema ukazuje na konkretne mogućnosti primene za analizu ponašanja elemenata mašina alati.



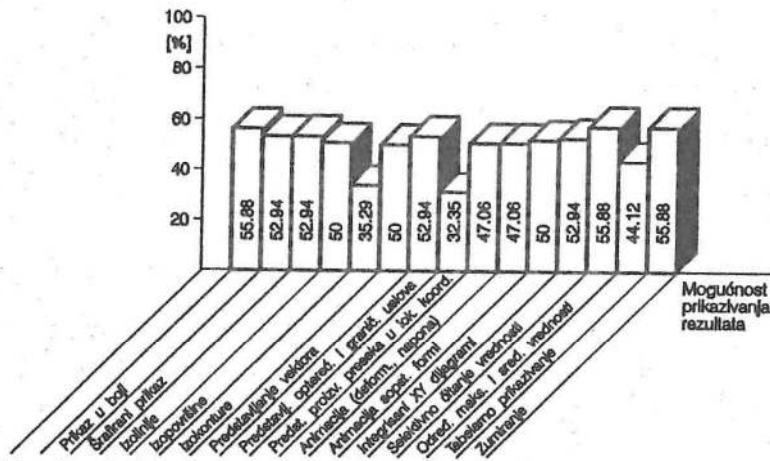
Sl. 2. Karakteristike pred procesora analiziranih MKE sistema; a) generisanje geometrije; b) generisanje mreže; c) karakteristike materijala; d) generisanje opterećenja; e) definisanje graničnih uslova

Fig. 2 Characteristics of the pre-processors in the analyzed FEM systems a) geometry generation; b) mesh generation; c) material characteristics; d) load generation; e) definition of boundary condition



Sl. 3. Mogućnosti procesora analiziranih MKE sistema a) analiza statičkog ponašanja; b) analiza dinamičkog ponašanja

Fig. 3 Processor performances in the analyzed FEM systems a) statical behaviour analysis; b) dynamical behaviour analysis



Sl. 4. Karakteristike postprocesora analiziranih MKE sistema

Fig. 4 Characteristics of the post-processors in the analyzed FEM systems

3.0 ANALIZA STATIČKOG PONAŠANJA SKLOPA GLAVNOG VRETENA PRIMENOM PROGRAMSKOG SISTEMA I-DEAS

Analiza statičkog ponašanja primenom programskog sistema I-DEAS izvršena je za glavno vreteno jedinice pinole sa hidrauličnim pomakom. Navedena analiza sprovedena je za sledeće slučajevne opterećenje:

- radijalna sila na vrhu vretena intenziteta 3000 [N],
- aksijalna sila na vrhu vretena intenziteta 6000 [N] i
- obrtni momenat na kraju vretena intenziteta 125 [Nm].

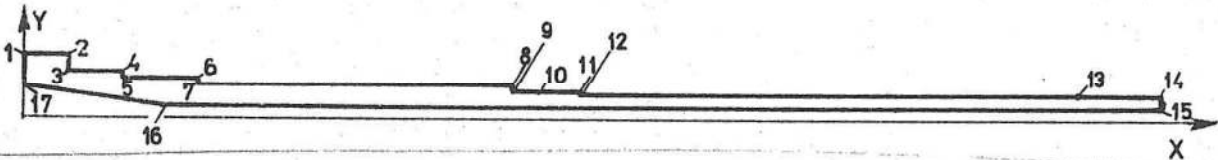
Modeliranje i analiza primenom programskog sistema I-DEAS izvodi se po određenoj proceduri [2] i [3]. U konkretnom slučaju analiza statičkog ponašanja glavnog vretena realizovana je kroz sledeće faze:

1. Modeliranje glavnog vretena
2. Diskretizaciju modela konačnim elementima
3. Definisane graničnih uslova i opterećenja
4. Formiranje i rešavanje matematičkog modela
5. Prikaz i analiza rezultata proračuna.

3.1 Modeliranje glavnog vretena

Na osnovu analize mogućnosti programskog sistema I-DEAS¹ za konkretan slučaj glavnog vretena došlo se do zaključka da je modeliranje najjednostavnije izvesti rotacijom profila gornje polovine aksijalnog preseka oko ose obrtanja za 360°. U odnosu na realan oblik glavnog vretena izvršene su neznatne korekcije koje se odnose na zanemarivanje radijusa zaobljenja, obaranja ivica i žljebova za izlaz alata koji prouzrokuju određene probleme u fazi generisanja mreže konačnih elemenata (preveliki broj konačnih elemenata).

Profil je formiran u modulu za modeliranje solid modela (*Solid Modeling-u*) korišćenjem opcije pomoćna geometrija (*Construction Geometry*) (slika 5). Nakon toga profil je zarotiran oko X ose za 360° i na taj način je formiran solid model glavnog vretena (slika 6).



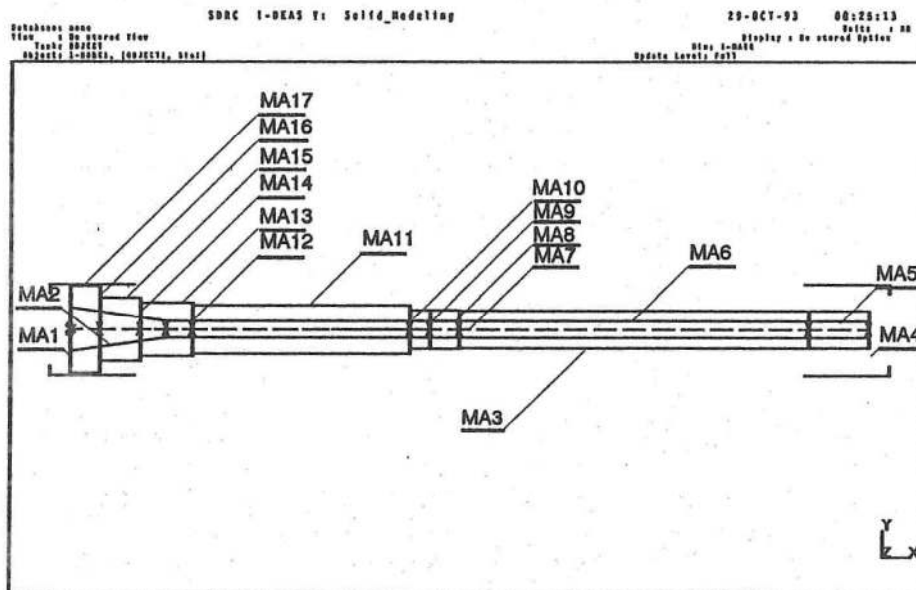
R.br.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
X [mm]	0	30	30	70	70	122	122	340	340	360	390	390	740	800	800	96	0
Y [mm]	44.5	44.5	32.5	32.5	27.5	27.5	25	25	20	20	20	19	19	19	8.5	8.5	22.5

Sl. 5. Geometrijski podaci o profilu gornje polovine aksijalnog preseka glavnog vretena
Fig. 5 Geometrical data on the upper-part profile of the main drive axial cross-section

3.2 Diskretizovanje modela konačnim elementima

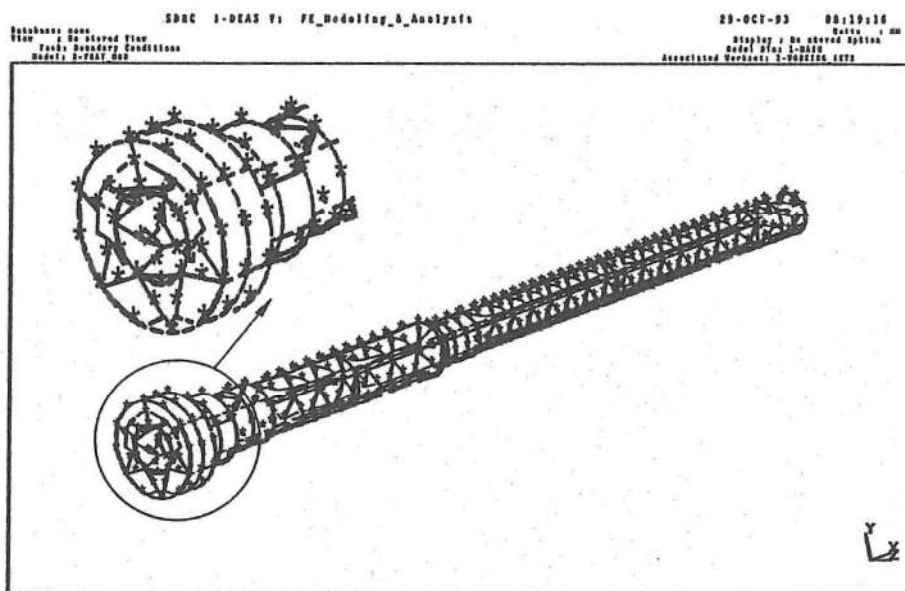
Diskretizovanje modela konačnim elementima izvršeno je opcijom automatskog generisanja mreže (*Free Meshing*). Korišćeni su konačni elementi oblika paraboloidnog tetraedra globalne veličine 25 [mm] sa 30% dozvoljene devijacije. Na ovaj način dobijena

1) Na Mašinskom odseku FTN-a u okviru Instituta za proizvodno mašinstvo i Instituta za mehanizaciju na radnoj stanici HP Apollo 9000 Series 400 (Hewlett Packard) instalisan je programski sistem I-DEAS verzija 5.0



Sl. 6. Model glavnog vretena - ortogonalna projekcija; izlaz na ploteru CAD radne stanice
 Fig. 6 Main spindle model - orthogonal view; output from the CAD workstation plotter

je mreža sa 1958 konačnih elemenata i 4960 čvorova. Izgled glavnog vretena diskretizovanog mrežom konačnih elemenata je prikazan na slici 7.



Sl. 7. Fe-model glavnog vretena - kosa projekcija; izlaz na ploteru CAD radne stanice
 Fig. 7 FE Model of the main spindle - diagonal view; output from the CAD workstation plotter

Na slici 6 naknadno su naznačene mrežne površine (MA1, MA2, ... MA17) koje su neophodne kod definisanje graničnih uslova i opterećenja.

3.3 Definisanje graničnih uslova i opterećenja

3.3.1 Definisanje graničnih uslova

Kvalitet rešenja kod primene metoda konačnih elemenata pored ostalog znatno zavisi od verodostojnosti definisanja graničnih uslova. U konkretnom slučaju to su pomeraji čvorova na mestima prednjeg i zadnjeg uležištenja.

Uležištenje sklopa glavnog vretena je izvedeno sa kugličnim ležajima sa kosim dodirom.

Prednje uležištenje je izvedeno sa tri ležaja B7011C.TPA.P4.K5UL (2 ležaja u "tandem rasporedu", treći ležaj u "O" rasporedu) čije su karakteristike:

- prečnik provrta $D_{un} = 55$ [mm],
- broj kuglica $z = 18$,
- ugao dodira $\alpha = 15^\circ$,

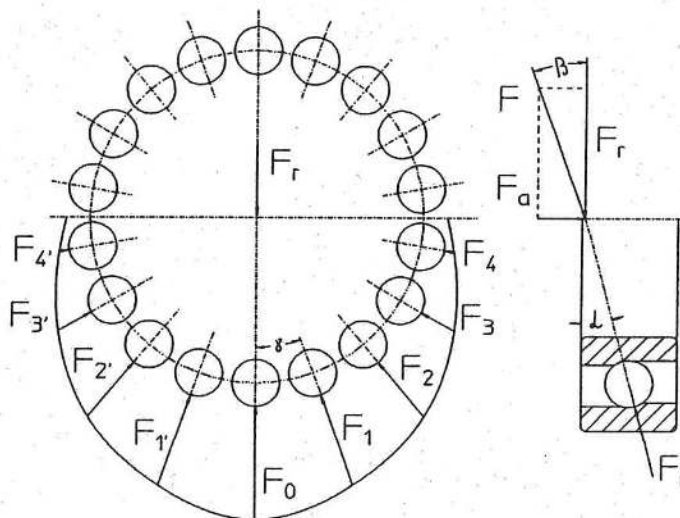
a zadnje uležištenje sa dva ležaja B7008C.TPA.P4.K5UL (u "O" rasporedu) i odgovarajućim karakteristikama:

- prečnik provrta $D_{un} = 40$ [mm],
- broj kuglica $z = 18$,
- ugao dodira $\alpha = 15^\circ$.

Za definisanje graničnih uslova iskorišćeni su rezultati ranije analize ponašanja uležištenja [10], dobijeni prema metodologiji kao i u [8].

U zavisnosti od odnosa aksijalne F_a i radijalne F_r komponente sile opterećenja ležišta F , broja kuglica z i ugla dodira α definišu se sile koje deluju na pojedine kuglice F_i kao i broj kuglica koje su opterećene (izraženo preko ugla opterećenja Ψ).

U radu se razmatra slučaj prenošenja opterećenja preko donje polovine kuglica ležaja ($\Psi = 180^\circ$), što proističe iz uslova da je $F_a = 1.22 \cdot F_r \cdot \tan \alpha$ (slika 8).



Sl. 8. Raspodela opterećenja ležaja za slučaj da je opterećena polovina kuglica

Fig. 8 Load distribution in bearing with 50% of balls loaded

Za slučaj opterećenja radijalnom silom F_r , sila F_0 se izračunava pomoću izraza

$$F_0 = \frac{4.37 \cdot F_r}{z \cdot \cos \alpha} \quad (3.1)$$

Opterećenje pojedinih kuglica se izračunava na osnovu

$$F_i = F_0 \cdot (\cos(i \cdot \gamma))^{1/x} \quad (3.2)$$

gde je:

$$\gamma = \left(\frac{2\pi}{z}\right) \quad \text{i} \quad x = \frac{2}{3}$$

Uvrštavanjem gornjih vrednosti u 3.2 dobija se izraz za konkretan slučaj

$$F_i = F_0 \cdot (\cos(i \cdot 20^\circ))^{\frac{3}{2}} \quad (3.3)$$

Primenom SAPOR-P programskog paketa [4], izračunate su vrednosti otpora oslonaca tj. radijalno opterećenje i to:

- na mestu prednjeg 3890 [N], a na mestu zadnjeg uležištenja 890 [N],

pa vrednost sile F_0 iznosi:

- na mestu prednjeg 977,7 [N], a na mestu zadnjeg uležištenja 223,7 [N].

Radijalna krutost ležišta c_r je [9]:

- za prednje 400 [N/ μm], i za zadnje 280 [N/ μm].

Iako nije u potpunosti u skladu sa nekim od eksperimentalnih ispitivanja, radijalna krutost ležišta u svim radijalnim pravcima se u matematičkim modelima najčešće usvaja da je ista. Na osnovu toga se može definisati pomeranje u radijalnom pravcu na mestu kuglice "i" (δ_i):

$$\delta_i = \frac{F_{ri}}{c_r} \quad (3.4)$$

gde je:

c_r - radijalna krutost ležišta,

F_{ri} - radijalna sila $F_{ri} = F_i \cdot \cos \alpha$

Primenom obrazca 3.3 izračunate su vrednosti sila, a primenom obrazca 3.4 vrednosti radijalnih pomeraja na mestima pojedinih kuglica prednjeg i zadnjeg uležištenja, koje su prikazane u tabelama T.3 i T.4.

Tabela T.3 Opterećenja i radijalni pomeraji na mestima pojedinih kuglica prednjeg uležištenja
Table T.3 Loads and radial offsets in the places of particular balls in the front bearing

i	γ [°]	OPTEREĆENJA NA MESTIMA KUGLICA			POMERAJI NA MESTIMA KUGLICA		
		F_{ri} [N]	F_{yi} [N]	F_{zi} [N]	δ_i [μm]	δ_{yi} [μm]	δ_{zi} [μm]
0	0	977.7	944.4	0	4.7	4.72	0
1,1'	20	890.6	808.4	294.2	4.45	4.04	1.47
2,2'	40	655.5	485.1	407.0	3.28	2.42	2.04
3,3'	60	345.7	166.9	283.2	1.73	0.83	1.44

Tabela T.4 Opterećenja i radijalni pomeraji na mestima pojedinih kuglica zadnjeg uležištenja
Table T.4 Loads and radial offsets in the places of particular balls in the hind bearing

i	γ [°]	OPTEREĆENJA NA MESTIMA KUGLICA			POMERAJI NA MESTIMA KUGLICA		
		F_{ri} [N]	F_{yi} [N]	F_{zi} [N]	δ_i [μm]	δ_{yi} [μm]	δ_{zi} [μm]
0	0	233.7	225.7	0	1.67	1.61	0
1,1'	20	203.8	185.0	67.3	1.46	1.32	0.48
2,2'	40	150.0	111.0	93.1	1.07	0.79	0.66
3,3'	60	79.1	38.2	66.2	0.57	0.27	0.47
4,4'	80	16.2	2.7	15.4	0.12	0.019	0.11

Pomeraji čvorova na mestima uležištenja usled dejstva radijalne sile definisani su kako sledi. Prednje uležištenje se nalazi na mestu mrežne površine MA13 (slika 6), a zadnje na mestu MA8. Na prednjem uležištenju opterećenje se prenosi na donje kuglice, a na zadnjem na gornje kuglice ležaja. Zbog toga je potrebno definisati pomeraje čvorova donje polovine mrežne površine MA13 i gornje polovine mrežne površine MA8 na osnovu vrednosti pomeraja iz tabela T.3 i T.4. Ovakav raspored pomeraja na mestu uležištenja rezultat je statičkih uslova ravnoteže. U tabeli T.5 date su vrednosti pomeraja za mrežnu površinu MA13 samo za čvorove koji pripadaju donjoj polovini ($y < 0$), a u tabeli T.6 vrednosti pomeraja za mrežnu površinu MA8 samo za čvorove koji pripadaju gornjoj polovini ($y > 0$).

Tabela T.5 Pomeraji čvorova na mestu prednjeg uležištenja - MA13

Table T.5 Node offsets in the front bearing - MA13

Broj čvora	POLOŽAJI ČVOROVA			POMERAJI ČVOROVA		
	y [mm]	z [mm]	γ [°]	δ_x [μm]	δ_y [μm]	δ_z [μm]
132,141,2640,2641	-27.5	0	0	slobodno	-5	0
2639	-26.747	-6.39	13.44	slobodno	-4	-1.5
133,142,577,578,579	-21.607	17.011	38.21	slobodno	-2.5	2
131,140	-21.607	-17.011	38.21	slobodno	-2.5	-2
2629	-17.063	-21.566	51.65	slobodno	-1	-1.5
2638	-16.596	-21.976	52.88	slobodno	-1	-1.5
2624	-11.585	-24.941	65.09	slobodno	-0.8	-1.5
134,2644,2645	-8.26	26.23	72.52	slobodno	-0.6	0.5
130,139	-8.26	-26.23	72.52	slobodno	-0.6	-0.5
143	-6.823	21.667	75.634	slobodno	-0.6	0.5

Tabela T.6 Pomeraji čvorova na mestu zadnjeg uležištenja - MA8

Table T.6 Node offsets in the hind bearing - MA8

Broj čvora	POLOŽAJI ČVOROVA			POMERANJA ČVOROVA		
	y [mm]	z [mm]	γ [°]	δ_x [μm]	δ_y [μm]	δ_z [μm]
8,9,2465	20	0	0	slobodno	1.6	0
91,100,2459	16.059	11.921	36	slobodno	0.9	0.7
83,92,2466	16.059	-11.921	36	slobodno	0.9	-0.7
90,99,2458	5.789	19.144	73	slobodno	0.2	0.5

Aksijalna krutost ležišta uzeta je u obzir zadavanjem odgovarajuće vrednosti pomeraja na mestu oslanjanja čeonih površina prednjeg ležišta (mrežna površina MA14) u pravcu "X" ose.

Aksijalna krutost ležaja B7011C.TPA.P4.K5UL je $c_a = 69$ [μm] [9], a pomeraj u aksijalnom pravcu iznosi

$$\delta_a = \frac{F_a}{C_a} \approx 87 [\mu\text{m}] \quad (3.5)$$

Dobijeni pomeraji u pravcu "X" ose se zadaju u svim čvorovima mrežne površine MA14.

3.3.2 Definisane opterećenja

Opterećenje se može definisati na više načina [2]. U konkretnom slučaju opterećenje je konstantno i definiše se kao sila u odgovarajućem čvoru.

Analiza je sprovedena za tri slučaja:

I - opterećenje radijalnom silom intenziteta 3000 [N] na vrhu vretena;

II -opterećenje radijalnom (3000 [N]) i aksijalnom (6000 [N]) silom na vrhu vretena;
 III -opterećenje silama na vrhu vretena (radijalnom i aksijalnom) i momentom torzije (125 [Nm]) na kraju vretena.

Aksijalna sila je generisana podjednako na sve čvorove konačnih elemenata unutrašnje konične površine vrha vretena (mrežna površina MA2) na kojoj postoji 98 čvorova. Intenzitet sile u svakom čvoru dobija se iz izraza

$$F_{x_{cvor}} = \frac{F_a}{n_{cvor}} = 61.2 \left[\frac{N}{cvor} \right] \quad (3.6)$$

Radijalna sila je generisana na isti način kao i aksijalna i na istoj površini. Intenzitet radijalne sile po čvoru iznosi

$$F_{y_{cvor}} = \frac{F_r}{n_{cvor}} = 30.6 \left[\frac{N}{cvor} \right] \quad (3.7)$$

Moment torzije je definisan preko tangencijalnih sila $F_{T_{cvor}}$ u čvorovima konačnih elemenata na kraju vretena (MA5). Ukupni momenat se izračunava pomoću izraza

$$M = n_{cvor} \cdot F_{T_{cvor}} \cdot r \quad (3.8)$$

gde je

n_{cvor} - broj čvorova konačnih elemenata na mrežnoj površini MA5

$F_{T_{cvor}}$ - tangencijalna sila u čvoru

r - poluprečnik vratila na mestu dejstva momenta M

Iz izraza 3.8 dobija se vrednost tangencijalne sile u pojedinim čvorovima

$$F_{T_{cvor}} = \frac{M}{n_{cvor} \cdot r} = 106.11 [N] \quad (3.9)$$

Dobijena vrednost tangencijalne sile zadaje se za svaki čvor preko njenih komponenta u pravcu "Y" i "Z" ose (tabela T.7).

Tabela T.7 Komponente tangencijalne sile u čvorovima na kraju vretena - MA5

Table T.7 Tangential force components in the spindle-end nodes - MA5

Broj čvora	POLOŽAJI ČVOROVA			KOMPONENTE SILE U ČVORU	
	y [mm]	z [mm]	ugao prema y-osi α [°]	F _y [N]	F _z [N]
5,6,60	19	0	90	0	-106.11
69	-19	0	-90	0	106.11
56,65,2119,2121	15.256	-11.325	53.41	-64.247	-85.2
64,73	15.256	11.325	53.41	64.247	-85.2
57,66,466,467,468,469,470	5.5	-18.187	16.826	-101.567	-30.716
63,72	5.5	18.187	16.826	101.567	-30.716
2138	-18.05	-5.932	71.805	-33.132	100.804
2139,2140	-7.274	-17.552	22.51	-98.026	40.623
2142	-11.567	-15.074	37.502	-84.180	64.599

3.4 Formiranje i rešavanje matematičkog modela

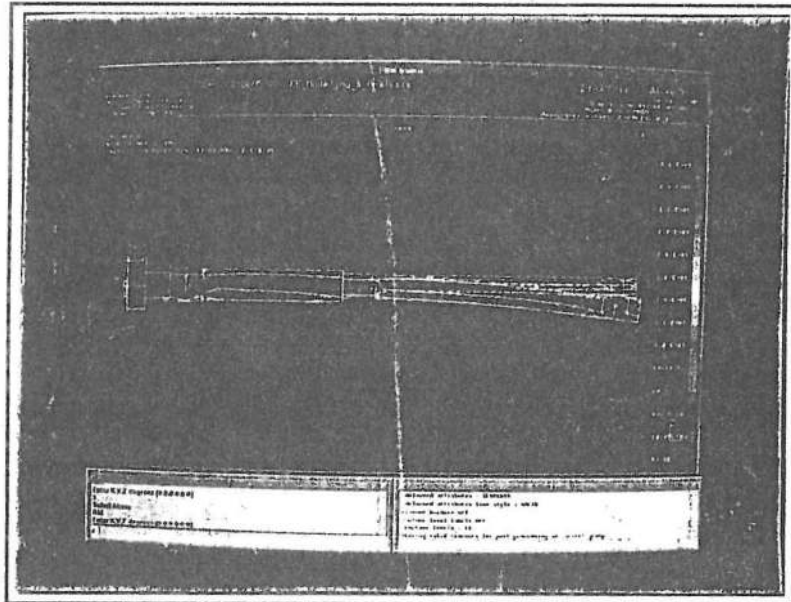
Na osnovu definisanih ulaznih podataka, u procesorskom delu formira se matematički model, čijim se rešavanjem dobijaju rezultati analize ponašanja glavnog vretena. Za navedena tri slučaja opterećenja formirana su tri različita slučaja opterećenja (*case set-a*) koja pored generisanih sila (generisane pomoću odgovarajuće opcije *load set*) sadrže i odgovarajuće granične uslove (generisani pomoću opcije *restraint set*). Nakon

toga korišćenjem procesora za linearnu statičku analizu za sve slučajeve opterećenja izračunate su deformacije, naponi i sile reakcija.

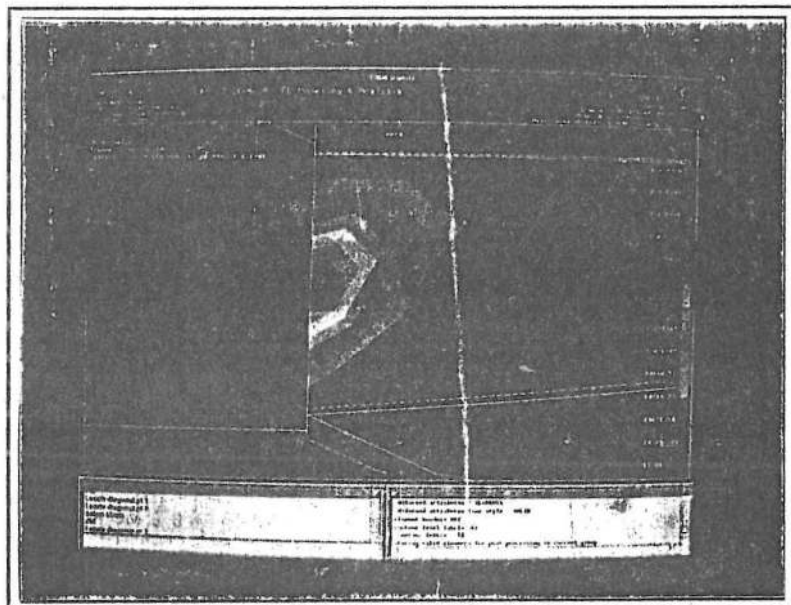
3.5 Prikaz i analiza rezultata proračuna

Programski sistem I-DEAS omogućava različite načine prikaza rezultata proračuna. U nastavku se navode samo neki od ovih prikaza.

Na slici 9 data je fotografija ekrana terminala koja sadrži prikaz u boji napona glavnog vretena, a na slici 10 zumirani naponi na mestu prednjeg uležištenja (ovi naponi predstavljaju najveće napone).



Sl. 9. Raspored napona glavnog vretena za slučaj kompleksnog opterećenja
Fig. 9. Load distribution for a complex load



Sl. 10. Raspored napona na mestu prednjeg ležišta glavnog vretena za slučaj kompleksnog opterećenja
Fig. 10. Load distribution in the front bearing for a complex load

U tabeli T.8 su prikazani naponi na pojedinim karakterističnim mestima glavnog vretena za sva tri slučaja opterećenja; dok su deformacije date u tabeli T.9, a sile reakcija u tabeli T.10.

Tabela T.8 Uporedni prikaz napona na karakterističnim mestima

Table T.8 Comparative review of stresses in the characteristic nodes

Varijante opterećenja		NAPONI NA KARAKTERISTIČNIM MESTIMA [MPa]					
		vrh vretena	kraj vretena	prednje ležište		zadnje ležište	
		mrežna površina MA17	mrežna površina MA5	mrežna površina MA13	mrežna površina MA14	mrežna površina MA8	
I	Max	Br. KE	1887	536	1901	1901	1003
		Vrednost	9.963	$3.575 \cdot 10^{-10}$	$5.584 \cdot 10^2$	$5.584 \cdot 10^2$	$1.405 \cdot 10^2$
	Min	Br. KE	1921	477	1747	1945	1622
	Vrednost	0.133	$2.148 \cdot 10^{-13}$	1.662	-2.193	-0.945	
	Sred.	Vrednost	1.035	$7.321 \cdot 10^{-12}$	23.8	28.61	6.975
II	Max	Br. KE	1877	536	1785	1785	1003
		Vrednost	10.83	$1.566 \cdot 10^{-10}$	$5.138 \cdot 10^2$	$5.138 \cdot 10^2$	$1.404 \cdot 10^2$
	Min	Br. KE	1921	458	1746	1894	1622
	Vrednost	0.146	$1.643 \cdot 10^{-13}$	$1.639 \cdot 10^{-3}$	1.723	0.944	
	Sred.	Vrednost	1.155	$6.172 \cdot 10^{-12}$	$22.240 \cdot 10^{-3}$	26.0	6.973
III	Max	Br. KE	1877	536	1785	1785	1003
		Vrednost	10.83	66.78	$5.115 \cdot 10^2$	$5.115 \cdot 10^2$	$1.624 \cdot 10^2$
	Min	Br. KE	1921	485	1746	1894	1591
	Vrednost	0.146	0.996	1.810	1.729	2.039	
	Sred.	Vrednost	1.156	8.778	22.37	26.18	16.11

Na osnovu prikazanih rezultata u tabeli T.8 se može zaključiti da se najveći naponi javljaju na mestu prednjeg uležištenja. Ove vrednosti prekoračuju dozvoljene vrednosti napona za predviđeni materijal glavnog vretena Č.4732-poboljšan, pod uslovom da nema površinskog ojačavanja, $\sigma_M = 455$ [N/mm²], pa je zbog toga potrebno lokalno površinsko kaljenje vrha vretena zaključno sa prečnikom na mestu prednjeg uležištenja. U tom slučaju dozvoljena vrednost napona iznosi 910 [N/mm²], tako da je stepen sigurnosti vratila na mestu prednjeg uležištenja 1.63, što zadovoljava zahtevane uslove eksploatacije. Ostale vrednosti napona su znatno ispod dozvoljenih vrednosti.

Sa stanovišta eksploatacije vretena interesantne su vrednosti pomeraja na vrhu vretena. Maksimalna vrednost u radijalnom pravcu iznosi 3.7 [μ m] što je znatno manja vrednost kako u odnosu na druge načine matematičkog modeliranja tako i u donosu na eksperimentalne rezultate. Ovako mala vrednost se može donekle objasniti načinom generisanja radijalnog opterećenja u svim čvorovima (98) unutrašnje konične površine (MA2) što ne odgovara u potpunosti uslovima u eksploataciji, niti se pri eksperimentalnim ispitivanjima opterećenje prenosilo na takav način. Pri eksperimentalnom ispitivanju opterećenje je generisano u jednoj tački spoljne površine vrha vretena. Vrednosti pomeraja na mestima uležištenja odgovaraju definisanim vrednostima krutosti uležištenja. Maksimalna vrednost pomeranja u radijalnom pravcu se javlja pri kompleksnom načinu opterećenja (slučaj III) na kraju vretena i iznosi 268 [μ m], dok aksijalno pomeranje odgovara aksijalnoj pomeranju u prednjem uležištenju.

Vrednosti sila reakcija u Z i Y radijalnom pravcu ukazuju na znatno veće vrednosti istih u Y pravcu, što je posledica pretpostavljene raspodele opterećenja na pojedine kuglice kotrljajnog ležaja. Ukupne vrednosti, kao zbirne vrednosti reakcija, na pojedinim mrežnim površinama su veće u odnosu na ostale načine proračuna, posebno na mrežnoj površini MA14, na mestu aksijalnog oslanjanja prednjeg uležištenja.

Tabela T.9 Pomeraji na karakterističnim mestima glavnog vretena
Table T.9 Offsets in the characteristic nodes of the main spindle

Varijante opterećenja	POMERAJI NA KARAKTERISTIČNIM MESTIMA [µm]																				
	vrh vretena			kraj vretena			prednje ležište			mrežna površina MA13			mrežna površina MA14			zadnje ležište					
	δ	δ _x	δ _y	δ _z	δ	δ _x	δ _y	δ _z	δ	δ _x	δ _y	δ _z	δ	δ _x	δ _y	δ _z	δ	δ _x	δ _y	δ _z	
I	Br. KE	1023	1877	1877	477	456	2	477	1854	1653	1782	1782	1854	1637	1782	1782	1591	1591	1018	1644	
	Vred.	87.96	87.88	-2.87	0.320	87.7	86.66	14.5	0.182	87.81	87.72	-1.322	4.021	87.81	87.72	-1.468	1.021	86.66	86.66	1.541	0.05
	Br. KE	1636	1023	1689	981	4	591	981	1689	1689	1757	1778	1689	1689	1757	1655	1600	1600	1591	1670	
Vred.	86.29	86.23	-3.7	-0.05	86.39	85.4	11.7	0.101	86.03	85.89	-4.807	-1.412	86.69	86.66	-4.807	-0.843	85.73	85.71	0.293	-0.051	
Sred. Vred.	87.27	87.21	-3.251	0.146	87.05	86.05	13.17	0.148	86.87	86.82	-2.688	-0.001	87.11	87.07	-2.519	0.007	86.27	86.27	0.842	-0.005	
II	Br. KE	1023	1877	1877	477	456	2	477	1854	1563	1782	1782	1854	1637	1782	1782	1591	1591	1018	1644	
	Vred.	82.60	88.18	-2.848	0.034	87.9	86.84	14.48	0.1804	87.98	87.90	-1.322	1.031	87.98	87.91	-1.468	1.031	86.84	86.84	1.541	0.05
	Br. KE	1636	1023	1689	981	4	591	981	1689	1689	1757	1778	1689	1689	1757	1655	1600	1600	1591	1670	
Vred.	86.47	86.41	-3.75	0.002	86.57	85.64	11.78	0.099	86.22	86.09	-4.815	-1.413	86.82	86.79	-4.815	-0.084	85.91	85.9	0.029	0.05	
Sred. Vred.	87.52	87.45	-3.301	0.02	87.23	86.23	13.15	0.139	87.04	86.99	-2.685	1.2·10 ⁻⁴	87.25	87.21	-2.524	0.008	86.45	86.45	0.845	-0.005	

Tabela T.10 Sile reakcija na karakterističnim mestima glavnog vretena
Table T.10 Reaction forces in the characteristic nodes of the main spindle

Varijante opterećenja	SILE REAKCIJA NA KARAKTERISTIČNIM MESTIMA [N]																			
	prednje ležište			mrežna površina MA13			mrežna površina MA14			mrežna površina MA14			zadnje ležište			mrežna površina MA8				
	F	F _x	F _y	F _z	F	F _x	F _y	F _z	F	F _x	F _y	F _z	F	F _x	F _y	F _z	F	F _x	F _y	F _z
I	Uk. Vred.	62040	1756	5016	2789	39310	158	-375.3	10650	0	853.7	318.2	1636	1636	586.9	1011	1636	1636	581.1	1636
	Max Vred.	5016	1182	2877	735.1	5016	1182	2877	735.1	5016	1182	2877	735.1	5016	1182	2877	735.1	5016	1182	2877
	Min Vred.	0	-1949	-4.621	-394.4	0	-1949	-4.621	-394.4	0	-1949	-4.621	-394.4	0	-1949	-4.621	-394.4	0	-1949	-4.621
Sred. Vred.	463	4.195	-30.33	20.81	497.6	2	-64.87	-4.75	100	0	8.209	3.06	1636	1636	586.9	1011	1636	1636	581.1	1636
II	Uk. Vred.	63300	1756	5104	2846	40920	764.6	-357.2	10650	0	856.1	318.4	1636	1636	586.5	1011	1636	1636	580.9	1636
	Max Vred.	5104	1229	2873	742.9	5104	1229	2873	742.9	5104	1229	2873	742.9	5104	1229	2873	742.9	5104	1229	2873
	Min Vred.	0	-2186	-4612	-392.2	0	-2186	-4612	-392.2	0	-2186	-4612	-392.2	0	-2186	-4612	-392.2	0	-2186	-4612
Sred. Vred.	472.6	10.87	-29.94	21.24	518	518	-64.83	-4.521	102.4	0	8.232	3.062	1636	1636	586.5	1011	1636	1636	582.4	1636
III	Uk. Vred.	63360	1756	5103	2931	41020	818.8	-194.4	13280	0	910.9	-1506	1636	1636	702.2	1011	1636	1636	400.5	1636
	Max Vred.	5103	1226	2583	750.5	5103	1226	2583	750.5	5103	1226	2583	750.5	5103	1226	2583	750.5	5103	1226	2583
	Min Vred.	0	2177	-4615	-391.4	0	-2177	-4615	-391.4	0	-2177	-4615	-391.4	0	-2177	-4615	-391.4	0	-2177	-4615
Sred. Vred.	472.9	11.38	-30.43	21.87	519.3	1036	-65.43	-2.46	127.2	0	8.759	-14.48	1636	1636	702.2	1011	1636	1636	400.5	1636

4.0 ZAVRŠNI OSVRT

Rezultate prikazane u radu moguće je posmatrati sa dva aspekta. Prvi je vezan za analizu mogućnosti pojedinih MKE programskih sistema. Na osnovu ove analize može se konstatovati velika zastupljenost menične tehnike, miša i dijalog načina unosa podataka. Većina sistema pored linearne, omogućava i nelinearnu kako statičku tako i dinamičku analizu. U slučaju analize nelinearnog dinamičkog ponašanja više je zastupljena nelinearnost materijala, nego nelinearnost geometrije. Inače kod većeg broja sistema se razmatraju izotropni materijali. Analizirani MKE sistemi omogućavaju vrlo široku lepezu načina prikazivanja rezultata analize, od prikaza u boji, izolacija, izokontura, predstavljanje vektora, do animacije kako napona i deformacija tako i sopstvenih oblika oscilovanja. Svi sistemi omogućavaju povezivanje kako sa CAD sistemima, tako i sa drugim MKE sistemima, i to bilo direktno sa pojedinim od ovih sistema tako i putem odgovarajućih datoteka, najčešće IGES ili HPGL.

Drugi aspekt se odnosi na konkretne rezultate primene programskog sistema I-DEAS. Analizirajući rezultate dobijene primenom I-DEAS-a može se zaključiti da su vrednosti napona i deformacija u skladu sa vrednostima koje se dobijaju analitičkim metodama [4], što je moguće izračunati za prostije slučajeve opterećenja, dok za kompleksna opterećenja (slučaj III) to izaziva velike poteškoće. Ograničavajući faktor za složenije slučajeve opterećenja je generisanje mreže sa većim brojem konačnih elemenata kao i što verodostojnije zadavanje graničnih uslova i opterećenja u cilju dobijanja što tačnijih rezultata. Kao ograničavajući faktor ovde se javlja raspoloživa memorija CAD radne stanice, te mogućnost generisanja većeg broja zapreminskih konačnih elemenata.

5.0 LITERATURA

- [1] GATALO, R., KOMARICA, N., ZELJKOVIĆ, M., BOROJEV, LJ., NOVAKOVIĆ, D., KOVAČEVIĆ, S.: Prilog analizi i razvoju sistema za automatizovani proračun vitalnih elemenata mašina, Zbornik radova Instituta za proizvodno mašinstvo br. 10, FTN, Novi Sad, 1993.
- [2] I-DEAS Finite Element Modeling, User's Guide, SDRC, Milford, Ohio, 1990.
- [3] I-DEAS Solid Modeling, User's Guide, SDRC, Milford, Ohio, 1990.
- [4] ZELJKOVIĆ, Ž., NOVAKOVIĆ, D., ZELJKOVIĆ, M., GATALO, R., KOMARICA N.: Analiza ponašanja glavnih vretena mašina alatki primenom računarskog modeliranja, I međunarodni simpozijum Teška mašingradnja TM'93, Kruševac-Vrnjačka Banja, 1993.
- [5] ZELJKOVIĆ, Ž.: Analiza statičkog ponašanja sklopa glavnog vretena metodom konačnih elemenata, Ispitni zadatak na poslijediplomskim studijama iz predmeta SAVREMENE METODE U PROIZVODNOM MAŠINSTVU iz modula METOD KONAČNIH ELEMENATA, Fakultet tehničkih nauka, Institut za proizvodno mašinstvo, Novi Sad, 1993.
- [6] Marktübersicht FEM-Systeme: Überblick mit einem neuen Kriterienkatalog, CAD-CAM Report, Nr.9, 1992.
- [7] Marktübersicht FEM-Systeme: Preisvergleich schwer möglich, CAD-CAM Report, Nr.9, 1993.
- [8] KOCH, J.: Die Nachgiebigkeit von Spindelkastenwänden, tz für Metallbearbeitung, 76, No. 11, 1982. (Prevod na ruski)
- [9] FAG Spindle Bearings for Machine Tools, Publ. No. WL41119/4EA, FAG Kugelfischer Georg Schäfer KGA, Schweinfurt, 1988.
- [10] PALUŠEK, M., ZELJKOVIĆ, M., SPASOJEVIĆ, M., KOMARICA, N., GATALO, R.: Modeliranje kotrljajnih ležaja sa kosim dodirom primenom I-DEAS programskog sistema za potrebe analize ponašanja, 24. Savetovanje proizvodnog mašinstva Jugoslavije, Zbornik radova, Novi Sad, 1992.
- [11] LLULL, B.: Einsatz des CAD-FEM-Programm-systems GIFEMA bei der Entwicklung von Werkzeugmaschinen, ZwF81, No.9, Carl Hanser Verlag, 1986.
- [12] Prospekt programa NISA II.
- [13] JEZERNIK, A.: Metoda konačnih elementov in BERSAFE u naši praksi, predavanje po pozivu, I- međunarodni seminar CIM, Zbornik radova, Niš, 1987.