

ORIGINALNI NAUČNI RAD

V. Palić*

UPOREDJIVANJE REZULTATA DISPERZIONE I REGRESIONE
ANALIZE ZA POTPUNI I EKSTREMNI EKSPERIMENT**

Rezime

U ovom radu upoređeni su rezultati disperzione i regresione analize za dvofaktorni potpuni i ekstremni eksperiment pri određivanju ugiba nosača nastalog kao posledica zavarivanja. Kod primene ekstremnog eksperimenta potrebna su 12 eksperimentalna nosača umesto 75 nosača koliko je potrebno kod potpunog eksperimenta.

THE COMPARISON BETWEEN RESULTS OF DISPERSION AND
REGRESSION ANALYSIS FOR COMPLETE AND EXTREME EXPERIMENT

Summary

This paper compares results of dispersion and regression analysis for two factorial complete and extreme experiment in determining the girder deflection resulted by welding. The application of extreme experiment requires 12 experimental girders insted of 75 experimental girders which are necessary for complete experiment.

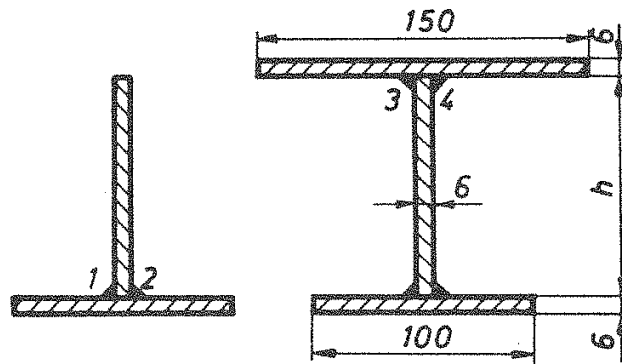
1. UVOD

Eksperimentalno određivanje ugiba nosača nastalog kao posledica zavarivanja zahteva velika finansijska sredstva. U ovom radu su upoređeni rezultati merenja ugiba nosača za potpuni i ekstremni eksperiment i na taj način ispitana mogućnost smanjenja troškova ovakvih eksperimenata.

Eksperimentalni nosači su zavareni u dve faze (slika 1), pri čemu su merene veličine ugiba f nastale kao posledica zavarivanja. Primenjeni su dvofaktorni potpuni i dvofaktorni ekstremni eksperimenti.

*) Palić dr Vlastimir, dipl.ing., vanr.prof., Fakultet tehničkih nauka, Institut za proizvodno mašinstvo, 21000 Novi Sad, V.Perića Valtera 2.

***) Rad je proizašao na osnovu rezultata naučnoistraživačke teme "Uticao režima zavarivanja na pojavu deformacija" koju je finansirao SIZ za naučni rad Vojvodine.



Slika 1. Faze zavarivanja I - nosača

2. PLANIRANJE EKSPERIMENTA

Menjana su sledeća dva faktora:

- Odnos pogonskih energija $q_{p3,4}/q_{p1,2}$;
- Visina nosača h .

Broj eksperimentalnih nosača za potpuni eksperiment iznosi:

$$\begin{matrix} 5 & \times & 5 & \times & 3 & = & 75 \text{ nosača} \\ (q_{p3,4}/q_{p1,2}) & & (h) & & (\text{ponavljanje}) & & \end{matrix}$$

Broj eksperimentalnih nosača za ekstremni eksperiment iznosi:

$$\begin{matrix} 2 & & 2 & & 3 & = & 12 \text{ nosača} \\ (q_{p3,4}/q_{p1,2}) & & (h) & & (\text{ponavljanje}) & & \end{matrix}$$

Svi eksperimentalni nosači su izradjeni od brodskog lima debljine 6 mm, dok dužina nosača iznosi 600 mm. Merna dužina nosača iznosi 500 mm. Svi nosači su posle montaže otpušteni u peći kako bi se poništili ostatni naponi nastali pri montaži. Zavarivanje svih šavova je izvedeno po postupku automatskog zavarivanja pod praškom sa istosmernom strujom. Upotrebljen je prašak za zavarivanje EP-20 i elektrodna žica EPP-2 prečnika 3 mm. Usvojeni su sledeći parametri zavarivanja:

$$I_z = 400 \text{ A}$$

$$U_z = 27 \text{ V}$$

Za potpuni eksperiment:

$$v_{z1,2} = 50; 60; 70; 80; 90 \text{ cm/min}$$

$$v_{z3,4} = 30; 40; 50; 60; 70 \text{ cm/min}$$

Za ekstremni eksperiment:

$$v_{z1,2} = 50 \text{ i } 90 \text{ cm/min}$$

$$v_{z3,4} = 30 \text{ i } 70 \text{ cm/min}$$

3. POTPUNI EKSPERIMENT

Izmereni ugibi f
Tablica 1.

FAKTOR B Visina rebra h mm	Broj ponavljanja eksperimenata	FAKTOR A $q_{p3,4} / q_{p1,2} = v_{z1,2} / v_{z3,4}$					
		0,71	1	1,4	2	3	
100	1	-0,75	-0,40	-0,20	-0,28	+0,07	
	2	-0,60	-0,54	-0,32	-0,16	-0,13	
	3	-0,80	-0,59	-0,42	-0,10	-0,06	
120	1	-0,66	-0,50	-0,22	-0,20	+0,10	
	2	-0,64	-0,42	-0,33	-0,18	-0,03	
	3	-0,61	-0,37	-0,29	-0,10	-0,11	
140	1	-0,45	-0,32	-0,12	-0,10	+0,05	
	2	-0,60	-0,42	-0,24	-0,13	-0,08	
	3	-0,64	-0,33	-0,32	-0,08	+0,09	
160	1	-0,36	-0,31	-0,24	-0,10	+0,13	
	2	-0,54	-0,37	-0,21	-0,08	-0,04	
	3	-0,42	-0,23	-0,09	+0,01	+0,08	
180	1	-0,38	-0,17	-0,10	-0,09	+0,02	
	2	-0,28	-0,26	-0,02	-0,02	+0,15	
	3	-0,46	-0,19	-0,18	+0,09	+0,07	

Tablica 2.

Izvor promena	stepen slobode	suma kvadrata	srednji kvadrat	v_0	za $V = 95\%$
Faktor A	4	2,93881	0,7347025	111,21	2,56
Faktor B	4	0,5071033	0,1267758	19,19	2,56
Medjudeljstvo AB	16	0,0671633	0,0041977	0,635	1,852
Greška	50	0,330323	0,0066064		
Suma	74	3,8434			

Tablica srednjih vrednosti ugiba $f = \bar{z}_{ij}$

Tablica 3.

y_j (Faktor B)	(Faktor A) x_i	(0,71) 1,4084507	(1) 1,0	(1,4) 0,7142857	(2) 0,5	(3) 0,33	Suma
0,01 (100)		-0,7166	-0,51	-0,3133	-0,18	-0,04	-1,7599
0,00833 (120)		-0,6366	-0,43	-0,28	-0,16	-0,0133	-1,5199
0,0071428 (140)		-0,5633	-0,3566	-0,2266	-0,1033	+0,02	-1,2299998
0,00625 (160)		-0,44	-0,3033	-0,18	-0,0566	+0,0566	-0,9233
0,0055 (180)		-0,3733	-0,2066	-0,10	-0,0066	+0,08	-0,6066665
Suma		-2,7299998	-1,8066665	-1,099	-0,5066665	+0,1033	-6,0399994

Tablica vrednosti za $S_{z_{ij}}^2$

Tablica 4.

(Faktor A) X_i	(0,71) 1,4084507	(1) 1,0	(1,4) 0,7142857	(2) 0,5	(3) 0,33	Suma
0,01 (100)	0,010833	0,0097	max 0,012133	0,0084	0,0103	0,051366
0,00833 (120)	0,000633	0,0043	0,0031	0,0028	0,011233	0,022066
0,0071428 (140)	0,010033	0,003033	0,010133	0,000633	0,0079	0,0317332
0,00625 (160)	0,0084	0,004933	0,0063	0,003433	0,007633	0,030699
0,0055 (180)	0,008133	0,002233	0,0064	0,008233	0,0043	0,029299
Suma	0,0380332	0,024199	0,038066	0,023499	0,041366	0,1651662

Tablica računskih vrednosti ugiba $f = \hat{z}_{ij}$

Tablica 5.

(Faktor A) X_i	(0,71) 1,4084507	(1) 1,0	(1,4) 0,7142857	(2) 0,5	(3) 0,33	$\sum_{i=1}^5 (\bar{z}_{ij} - \hat{z}_{ij})^2$
0,01 (100)	-0,6907815	-0,4792283	-0,3312453	-0,220258	-0,1339346	0,0123821
0,00833 (120)	-0,6059364	-0,3943832	-0,2464002	-0,1354129	-0,0490895	0,0052248
0,0071428 (140)	-0,5453328	-0,3337796	-0,1857966	-0,0748093	+0,0115141	0,0034039
0,00625 (160)	-0,499884	-0,2883308	-0,1403478	-0,0293605	+0,0569629	0,0061291
0,0055 (180)	-0,4645297	-0,2529765	-0,1049935	+0,0059938	+0,0923172	0,0107958
$\sum_{j=1}^5 (\bar{z}_{ij} - \hat{z}_{ij})^2$	0,0138412	0,0051089	0,0047173	0,0039447	0,010326	0,0379381

Pogonska energija q_p je određena na osnovu sledećeg izraza:

$$q_p = q/v_z = U_L \cdot I_z \cdot n_{ef} / v_z \quad \text{J/cm}$$

Randomizacija, planiranje i izvođenje ovog eksperimenta izvršeno je po principima planiranog eksperimenta.

4. EKSTREMNI EKSPERIMENT

$$\text{Faktor A} = q_{p_{3,4}} / q_{p_{1,2}} = X_1$$

$$\text{Faktor B} = h = X_2$$

Faktori imaju sledeće nivoe: Tablica 6.

Faktor	Donji nivo	Gornji nivo
X_1	0,71	3
X_2	100	180

Plan eksperimenta i rezultati

Tablica 7.

X_0	X_1	X_2	$X_1 \cdot X_2$	Oznaka	Rezultati			Suma
					1	2	3	
+	-	-	+	(1)	-0,75	-0,60	-0,80	-2,15
+	+	-	-	a	+0,07	-0,13	-0,06	-0,12
+	-	+	-	b	-0,38	-0,28	-0,46	-1,12
+	+	+	+	ab	+0,02	+0,15	+0,07	+0,24
								OS=-3,15

Odredjivanje kontrasta

$$2A = -(1) + a - b + ab = 2,15 - 0,12 + 1,12 + 0,24 = 3,39$$

$$2B = -(1) - a + b + ab = 2,15 + 0,12 - 1,12 + 0,24 = 1,39$$

$$2AB = (1) - a - b + ab = -2,15 + 0,12 + 1,12 + 0,24 = -0,67$$

4.1. DISPERZIONA ANALIZA

$$SKA = \frac{(\text{kontrast})^2}{k} = \frac{3,39^2}{4 \cdot 3} = 0,957675$$

$$N \sum_{j=1}^m m_j$$

$$SKB = \frac{1,39^2}{12} = 0,161$$

$$SKAB = \frac{(-0,67)^2}{12} = 0,03741$$

$$OSK = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 (Y_{ij})^2 - \frac{(OS)^2}{4 \cdot 3} = (-0,75)^2 + (-0,60)^2 + (-0,80)^2 + 0,07^2 + (-0,13)^2 + (-0,06)^2 + (-0,38)^2 + (-0,28)^2 + (-0,46)^2 + 0,02^2 + 0,15^2 + 0,07^2 - \frac{(-0,15)^2}{12}$$

$$= 1,223285$$

$$SKG = OSK - SKA - SKB - SKAB = 1,223285 - 0,957675 - 0,161 - 0,03741 = 0,0672$$

Stepeni slobode

$$\text{Za SKA} = a-1 = 2-1 = 1$$

$$\text{Za SKB} = b-1 = 2-1 = 1$$

$$\text{Za SKAB} = (a-1)(b-1) = (2-1)(2-1) = 1$$

$$\text{Za SKG} = ab(k-1) = 2 \cdot 2(3-1) = 8$$

$$\text{Za OSK} = abk-1 = 2 \cdot 2 \cdot 3 - 1 = 11$$

Tablica 8.

Izvor promena	Stepen slobode	Suma kvadrata	Srednji kvadrat	v_0	C
					za $V = 95\%$
Faktor A	1	0,957675	0,957675	114	5,32
Faktor B	1	0,161	0,161	19,16	5,32
Medjudejstvo AB	1	0,03741	0,03741	4,45	5,32
Greška	8	0,0672	0,0084		
Suma	11	1,223285	0,111208		

$$v_{0A} = \frac{\frac{SKA}{1}}{\frac{SKG}{8}} = \frac{0,957675}{0,0084} = 114$$

$$v_{0B} = \frac{\frac{SKB}{1}}{\frac{SKG}{8}} = \frac{0,161}{0,0084} = 19,16$$

$$v_{0AB} = \frac{\frac{SKAB}{1}}{\frac{SKG}{8}} = \frac{0,03741}{0,0084} = 4,45$$

Fišerov kriterijum iz tablice za $V=95\%$ i stepene slobode $m=1$ i $n=8$: $c=5,32$

Zaključak: Faktori A i B su značajni. Medjudejstvo AB nije značajno.

Provera jednorodnosti disperzija

Tablica 9.

Rezultati			X_0	X_1	X_2	$X_1 \cdot X_2$	\bar{y}_i	$S_{y_i}^2$	\hat{y}_i
1	2	3							
-0,75	-0,60	-0,80	+	-	-	+	-0,7166	0,01083	-0,7166
+0,07	-0,13	-0,06	+	+	-	-	-0,04	0,0103	-0,04
-0,38	-0,28	-0,46	+	-	+	-	-0,3733	0,008133	-0,3733
+0,02	+0,15	+0,07	+	+	+	+	+0,08	0,0043	+0,08

$$S_{y_i}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (y_{ik} - \bar{y}_i)^2}{k-1}$$

$$\sum_{i=1}^N S_{y_i}^2 = 0,033566$$

Kohrenov kriterijum

$$G_{\max} = \frac{\max S_{y_i}^2}{\sum_{i=1}^N S_{y_i}^2} = \frac{0,010833}{0,033566} = 0,3227405$$

Stepeni slobode iznose:

$$m = k-1 = 3-1 = 2$$

$$n = N(k-1) = 4(3-1) = 8$$

Za verovatnoću od 95%, Kohrenov kriterijum G iz tablice iznosi:

$$G_{\text{tab}} = 0,516$$

$$G_{\max} = 0,3227405 < G_{\text{tab}} = 0,516$$

Zaključak: disperzije su jednorodne sa verovatnoćom od 95%.

Srednja disperzija

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_{y_i}^2}{N} = \frac{0,033566}{4} = 0,0083917$$

4.2. REGRESIONA ANALIZA

Pretpostavlja se regresioni model sledećeg oblika:

$$y = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + b_3 \cdot X_1 \cdot X_2$$

Izračunavanje koeficijenata iz regresione jednačine:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^4 X_{i0} \cdot \bar{y}_i = \frac{(-0,7166) + (-0,04) + (-0,3733) + (+0,08)}{4} = -0,2625$$

$$b_1 = \frac{1}{N} \sum_1^4 X_{i_1} \cdot \bar{y}_i = \frac{-(-0,716\bar{6})+(-0,04)-(-0,373\bar{3})+(+0,08)}{4} = 0,2825$$

$$b_2 = \frac{1}{N} \sum_1^4 X_{i_2} \cdot \bar{y}_i = \frac{-(-0,716\bar{6})-(-0,04)+(-0,373\bar{3})+(+0,08)}{4} = 0,11583\bar{3}$$

$$b_3 = \frac{1}{N} \sum_1^4 (X_{i_1} \cdot X_{i_2}) \cdot \bar{y}_i = \frac{(-0,716\bar{6})-(-0,04)-(-0,373\bar{3})+(+0,08)}{4} = -0,05583\bar{3}$$

Disperzija greške ocenjivanja koeficijenata modela iznosi:

$$S_{b_i}^2 = \frac{S^2}{N \cdot k} = \frac{0,0083917}{4 \cdot 3} = 0,0006993$$

Standardno odstupanje iznosi:

$$S_{b_i} = \sqrt{S_{b_i}^2} = \sqrt{0,0006993} = 0,0264443$$

Studentov kriterijum za verovatnoću 95% i stepen slobode $N(k-1) = 4(3-1) = 8$ iznosi:

$$t = 2,31$$

Kritičan iznos koeficijenta regresije iznosi:

$$b_{kr} = t \cdot S_{b_i} = 2,31 \cdot 0,0264443 = 0,0610863$$

Pošto je vrednost koeficijenta regresione jednačine b_3 manja od vrednosti za b_{kr} , to smatramo da je taj koeficijent beznačajan. U želji da dobijemo što bolju adekvatnost modela, koeficijent b_3 nećemo zanemariti.

Na osnovu svega gore navedenog, *regresiona funkcija* će glasniti:

$$\hat{y} = -0,2625 + 0,2825 \cdot X_1 + 0,11583\bar{3} \cdot X_2 - 0,05583\bar{3} \cdot X_1 \cdot X_2 \quad (1)$$

Za $X_1 = -1$, $X_2 = -1$ i $X_1 \cdot X_2 = +1$ ćemo imati:

$$\hat{y}_1 = -0,2625 - 0,2825 - 0,11583\bar{3} - 0,05583\bar{3} = -0,716\bar{6}$$

Za $X_1 = +1$, $X_2 = -1$ i $X_1 \cdot X_2 = -1$ ćemo imati:

$$\hat{y}_2 = -0,2625 + 0,2825 - 0,11583\bar{3} + 0,05583\bar{3} = -0,04$$

Za $X_1 = -1$, $X_2 = +1$ i $X_1 \cdot X_2 = -1$ ćemo imati:

$$\hat{y}_3 = -0,2625 - 0,2825 + 0,11583\bar{3} + 0,05583\bar{3} = -0,373\bar{3}$$

Za $X_1 = +1$, $X_2 = +1$ i $X_1 \cdot X_2 = +1$ ćemo imati:

$$\hat{y}_4 = -0,2625 + 0,2825 + 0,11583\bar{3} - 0,05583\bar{3} = +0,08$$

Provera neadekvatnosti modela

$$S_{\text{nead}}^2 = \frac{1}{N-(F+1)} \sum_1^N (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 = \frac{0}{4-(2+1)} = 0$$

gde je: N - broj kombinacija nivoa faktora;
F - broj faktora.

$$v_0 = \frac{S_{\text{nead}}^2}{S^2} = \frac{0}{0,0083917} = 0$$

Fišerov kriterijum za V=95%, m=1 i n=8 iz tablice iznosi: 5,32.

gde je: m=N-(F+1) = 4-(2+1) = 1;

$$n=N(k-1) = 4(3-1) = 8.$$

Pošto je $v_0 = 0 < c = 5,32$, to je regresioni model adekvatan.

Provera neadekvatnosti modela (u odnosu na dvofaktorni potpuni eksperiment)

Fišerov kriterijum iznosi:

$$v_0 = \frac{S_{\text{nead}}^2}{S^2} = \frac{0,0121466}{0,0066066} = 1,8385506$$

Disperzija neadekvatnosti (za a=b=5 i k=3):

$$S_{\text{nead}}^2 = \frac{\sum_a \sum_b (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{a \cdot b - k} = \frac{0,2672245}{5 \cdot 5 - 3} = 0,0121466$$

Srednja disperzija (za a=b=5):

$$S^2 = \frac{1}{a \cdot b} \sum_1^a \sum_1^b S_{y_i}^2 = \frac{0,1651662}{5 \cdot 5} = 0,0066066$$

Fišerov kriterijum za verovatnoću od 95% i stepene slobode: k-1=3-1=2 i a.b(k-1)=5.5(3-1)=50 iz tablice iznosi: c=3,18.

$$v_0 = 1,8385506 < c = 3,18$$

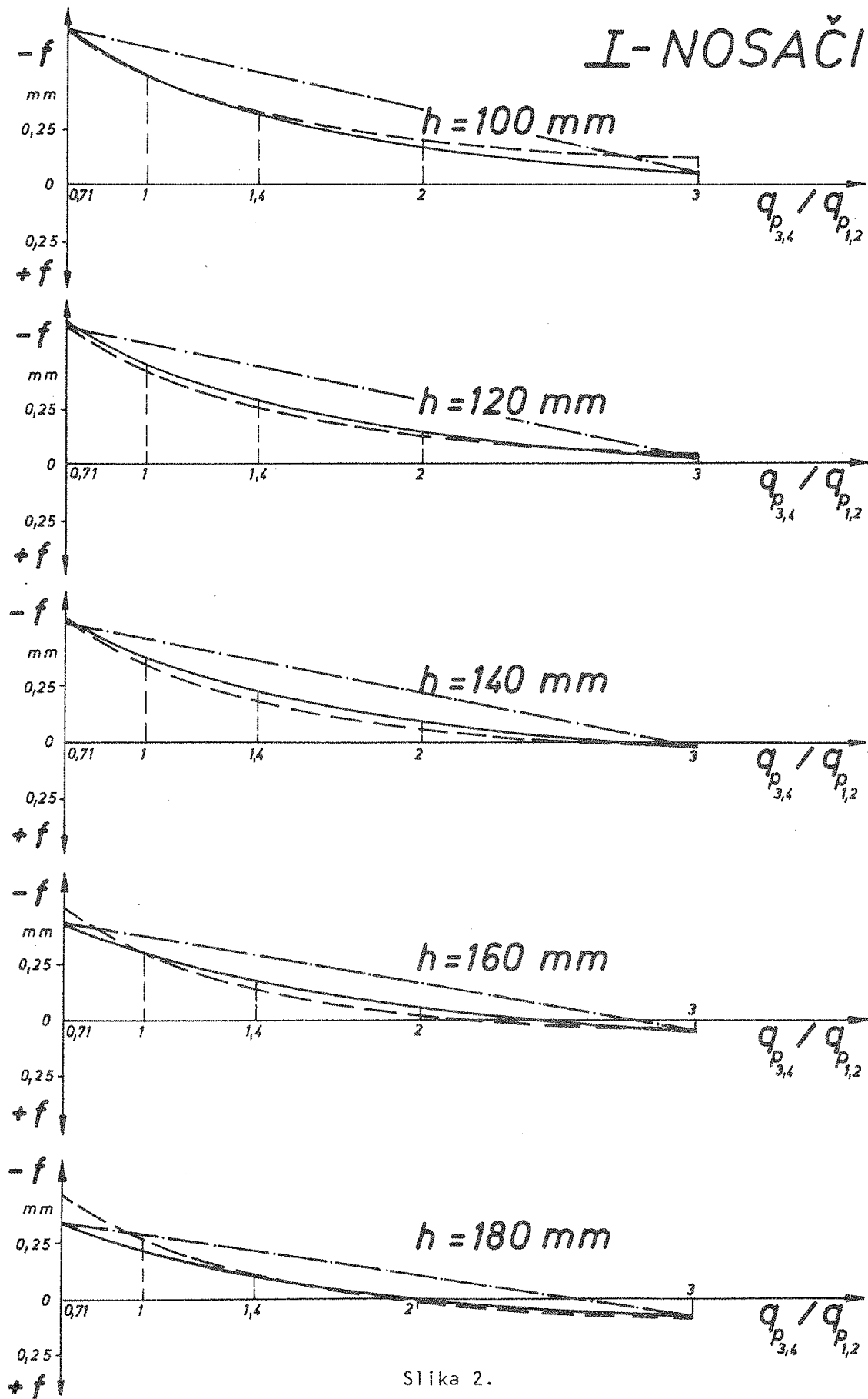
Zaključak: Model je adekvatan sa verovatnoćom od 95%.

U tablici 10. navedene su računске vrednosti ugiba f u mm dobijene rešavanjem regresione funkcije. Na slici 2. punom linijom su prikazane izmerene vrednosti ugiba f nosača za potpuni eksperiment, linijom crta-crta vrednosti ugiba f dobijene regresionom analizom za potpuni eksperiment, dok su linijom crta-tačka prikazane vrednosti ugiba f dobijene regresionom analizom za ekstremni eksperiment. Sve vrednosti ugiba f na slici 2. su izražene u mm.

Tablica računskih vrednosti ugiba $f = \hat{y}_i$

Tablica 10.

(Faktor A) X_1	(0,71)	(1)	(1,4)	(2)	(3)	$\sum_1^a (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$
X_2 (Faktor B)	-1	-0,7467249	-0,3973799	+0,1266376	+1	
(100)	(-0,7166)	(-0,51)	(-0,3133)	(-0,18)	(-0,04)	0,0785904
-1	-0,1766	-0,6309752	-0,5127801	-0,3354876	-0,04	
(120)	(-0,6366)	(-0,43)	(-0,28)	(-0,16)	(-0,0133)	0,0564684
-0,5	-0,6308334	-0,5522126	-0,44377	-0,2811063	-0,01	
(140)	(-0,5633)	(-0,3566)	(-0,2266)	(-0,1033)	(+0,02)	0,0511315
0	-0,545	-0,4734498	-0,3747598	-0,2267249	+0,02	
(160)	(-0,44)	(-0,3033)	(-0,18)	(-0,0566)	(+0,0566)	0,0379514
+0,5	-0,459166	-0,394687	-0,3057496	-0,1723435	+0,05	
(180)	(-0,3733)	(-0,2066)	(-0,10)	(-0,0066)	(+0,08)	0,0430828
+1	-0,3733	-0,3159244	-0,2369628	-0,1179622	+0,08	
$\sum_1^b (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$	0,0007375	0,063492	0,123103	0,0798365	0,0000556	0,2672245



Slika 2.

5. ZAKLJUČAK

Iz prikazanog proračuna, dijagrama i uporedjivanja dobijenih rezultata proizilazi da je moguće primenom dvofaktornog ekstremnog umesto potpunog eksperimenta odrediti veličine ugiba f nastalog kao posledica zavarivanja za čitavo ispitivano područje odnosa pogonskih energija i visina L -nosača. Na taj način ovakva ispitivanja postaju znatno jeftinija.

LITERATURA

- [1] Pantelić I.: Uvod u teoriju inženjerskog eksperimenta, Radivoj Ćirpanov, Novi Sad, 1976.
- [2] Okerblom N.O., Demjancevič V.P., Bajkova I.P.: Proektirovanie tehnologii izgotovlenija svarnih konstrukcij, Sudpromgiz, Leningrad, 1963.
- [3] Palić V.: Uticaj režima zavarivanja na pojavu deformacija, Naučno-istraživačka tema, Novi Sad, 1980.
- [4] Palić V.: Zavarivanje, IV deo, skripta, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 1982.
- [5] Stankov J.: Osnove merne tehnike - metode planiranja eksperimenta, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 1982.