

<https://doi.org/10.24867/JPE-1993-10-075>

PREGLEDNI RAD

I. Glavardanov, K. Gerić, J. Fišl

VEZA IZMEĐU J-INTEGRALA I POMERANJA OTVORA PRSLINE

ON THE RELATIONSHIP BETWEEN J-INTEGRAL AND CRACK OPENING DISPLACEMENT

Summary

This paper describes a simple method of calculating the material-dependent non-dimensional factor β used in the well known relation $J = \beta \sigma_0 \delta$, or, in other words, of improving the most simple relation $J = \sigma_0 \delta$. As derived in this paper β accounts for the effect of hardening and prior coldwork of material. The results obtained by this very simple procedure compare quite favorably with experimental and numerical results of other authors.

Glavardanov dr Ivan, vanr.prof, Gerić mr Katarina, asistent, Fišl Julija, dipl.hem.,
Fakultet tehničkih nauka, Institut za proizvodno mašinstvo

Rezime

U radu je opisana jednostavna metoda računanja bezdimenzionog faktora, zavisnog od vrste materijala, β , koji se koristi u relaciji $J = \beta \sigma_0 \delta$. Uvodjenjem ovog faktora poboljšava se najjednostavnija relacija data izrazom $J = \sigma_0 \delta$. Faktor β , kako je pokazano u radu, obuhvata efekte ojačavanja i prethodnu obradu materijala na hladno. Dobijeni rezultati primenom ove vrlo jednostavne procedure imaju prednost u odnosu na druge rezultate do kojih se došlo primenom eksperimenta i numerike.

1. Uvodna razmatranja

U uslovima velikog plastičnog tečenja materijala, širenje prsline opisuju parametri bazirani na J-integralu /1/ ili parametri pomeranja otvora vrha prsline /2/. Inicijacija širenja prsline se kontroliše samo jednim parametrom, tj., uslovi početka širenja prsline se mogu napisati u obliku :

$$J = J_c \quad \text{ili} \quad \delta = \delta_i$$

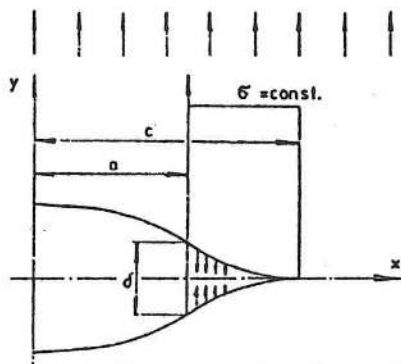
gde je δ definisano na slici 1, a J_c i δ_i su svojstva materijala. Naredna faza propagacije prsline, u slučaju monotonog opterećenja, s jedne strane, je predstavljena krivom otpornosti J_R , koja se bazira na J-integralu ili krivoj δ_R baziranoj na otvaranju δ i sa druge strane silom razvoja prsline (CDF), tj. sračunatim J-integralom iz udaljenog ujednačenog napona /3, 4/.

Pošto J i δ predstavljaju parametre koji opisuju isti fenomen ponašanja materijala, mora postojati neka veza izmedju te dve vrednosti i ona se obično daje u obliku

$$J = \beta \sigma_0 \delta, \quad (1)$$

a zasnovana je na relaciji $J = \sigma_0 \delta$, koja važi za materijale koji ne ojačavaju i za slučaj ravnog stanja napona.

σ_0 predstavlja napon tečenja a β je bezdimenzioni faktor čija se vrednost, na osnovu mnogobrojnih eksperimentalnih rezultata, kreće u granicama od 0,7 do 2,0, što uglavnom zavisi od naponsko-deformacionog stanja, duktilnosti materijala i stepena prethodnog ojačavanja /4 - 8/.



Sl. 1 Definicija otvaranja vrha prsline δ

Fig.1. Definition of crack tip opening displacement, δ

Jednačina (1) se izmedju ostalog koristi za izračunavanje vrednosti J-integrala na osnovu izmerenih vrednosti otvaranja prsline δ ili služi za konstrukciju linije zatupljivanja vrha prsline, $J(\Delta a)$, potrebne za sprovođenje procedure određivanja kritične vrednosti

J-integrala, J_{Ic} prema uslovima standarda ASTM - E 813-81. Prema uslovima ovog standarda napredovanje prsline usled zatupljenja vrha iznosi $\delta/2$. Stoga jednačina linije zatupljenja vrha prsline glasi $J=2\beta\sigma_0\Delta a$ ili približno $J\cong 2\sigma_0\Delta a$.

U praksi postoji poseban interes da se preciznije definiše veza izmedju J i δ . Radovi navedeni u literaturi /4-8/ se odnose na ovu problematiku.

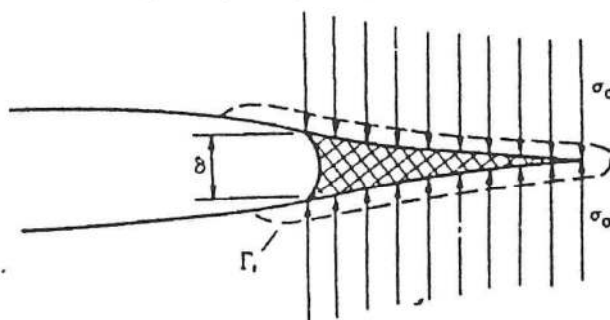
U literaturi /4, 9, 10/ su prikazani radovi koji se odnose na numerička istraživanja metodom nelinearnih konačnih elemenata. Rezultati ovih radova potvrđuju eksperimentalne podatke iz čega se može zaključiti da β značajno zavisi od eksponenta deformacionog ojačavanja za materijale koji ojačavaju po eksponencijalnom zakonu.

U radovima /4, 9/ su primenjena teorijska istraživanja na bazi polja napona HRR (Hutchinson, Rice, Rosengren) /11/. Rezultati ovih radova ukazuju na mogućnost analitičkog razmatranja uticaja eksponenta deformacionog ojačavanja na vrednost β .

Cilj ovog rada je da prikaže mogućnost primene jednostavne aproksimativne metode za određivanje vrednosti koeficijenta β . To daje zadovoljavajuće rezultate jer se i direktnim određivanjem J i δ postiže tačnost u granicama od 5 - 10%.

2. J-integral za materijale koji deformaciono ne ojačavaju

Razmatra se slučaj I (otvaranje prsline) u tankoj ploči za elastično-idealnooplastičan materijal, pri uslovima ravnog stanja napona, slika 2.



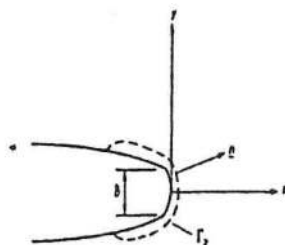
Sl. 2 Model izdužene trake (Dugdale model)

Fig.2. Strip yield model (dugdale model)

Uslovi plastičnog tečenja su tipa Tresca. U tom slučaju tačno rešenje predstavlja model trake tečenja Dugdale/12/. Integracijom duž putanje Γ_1 prikazane isprekidanom linijom (sl.2) dolazi se do relacije /1/ :

$$J=\sigma_0\delta \quad (2)$$

pa se može zaključiti da je u ovom slučaju koeficijent β jednak 1.



Sl. 3 Putanja integracije u neposrednoj blizini vrha prsline Γ_2

Fig.3. Near - tip integration path Γ_2

Za istu prslinu se može sračunati J-integral ali za drugu putanju Γ_2 koja obilazi vrh prsline u neposrednoj blizini (sl. 3). Za ovu putanju izraz koji zavisi od napona $n_i\sigma_{ij}$ (n_i je vektor normalan na Γ_2 a σ_{ij} je tenzor napona) postaje mali u odnosu na izraz koji obuhvata energiju deformacije u relaciji za J koja se redukuje od

$$J = \int_{\Gamma_2} [Wn_i - n_i\sigma_{ij}u_{j,i}] ds$$

približno na

$$J \cong \int_{\Gamma_2} W(y,0) dy$$

gde je $W(y,0)$ intenzitet energije deformacije na površini vrha prsline dat izrazom

$$W(\varepsilon_{mn}) = \int_0^{\varepsilon_{mn}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (3)$$

Poznato je da bliska putanja integracije vrhu prsline, kao što je putanja Γ_2 , dovodi u sumnju nezavisnost J od putanje integracije. Za slučaj značajnih promena geometrije vrha prsline, J prestaje da bude nezavisan od putanje samo za putanje čiji je radijus veći od približno $3\delta/4$, $16/$. U ovom slučaju se može smatrati da izabrana putanja po konturi Γ_2 zadovoljava uslove nezavisnosti J od putanje.

Može se prihvatiti da se W na površini vrha prsline izražava kao

$$W(0,y) = W_0 \alpha(y) \quad (4)$$

gde je $\alpha(y)$ nepoznata parna funkcija $\alpha(y) \leq 1$, koja dostiže maksimum pri $y=0$, $\alpha(0)=1$. Za kritično stanje na vrhu prsline, što znači da je dostignuto opterećenje pred propagaciju prsline, može se smatrati da tada W_0 postiže neku kritičnu vrednost, recimo W_f . Iz radova Gillemot sa saradnicima /13/ poznato je da intenzitet energije deformacije nekog duktilnog materijala ne može da se prekorači, što ukazuje da se može smatrati kao svojsvo nekog materijala. Stoga se može usvojiti da W_f odgovara energiji loma materijala. Pošto je W_f svojstvo materijala, to se može odrediti jednostavnim jednoosnim ispitivanjem na zatezanje. U tom slučaju je

$$W_f = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma_t d\varepsilon_t \quad (5)$$

gde je ε_f deformacija pri lomu epruvete u zoni maksimalnog suženja preseka. σ je "inženjerski" napon i ε je "inženjerska" deformacija u zoni maksimalnog suženja. Prema drugoj jednačini u relaciji (5) naponi i deformacije se mogu smatrati stvarnim (označeni indeksom t).

Prema tome, koristeći jednačine (3) i (4) dobija se

$$J = W_f \int_{\Gamma_2} \alpha(y) dy \quad (6)$$

Pošto bi trebalo da je J integral nezavisan od putanje, relacijama (6) i (2) treba da se postignu iste vrednosti. Prema tome sledi:

$$\int_{\Gamma_2} \alpha(y) dy = \frac{\sigma_0 \delta_i}{W_f} \quad (7)$$

Za materijale koji ne ojačavaju izraz za W_f je

$$W_f = \sigma_0 \varepsilon_f \quad (8)$$

gde je ε_f "inženjerska" deformacija pri lomu.

Iz jednačina (8) i (7) se može napisati

$$\int_{r_2} \alpha(y) dy = \frac{\delta_i}{\varepsilon_f} = \frac{\delta_i}{e^{\varepsilon_{ft}} - 1} \quad (9)$$

Druga jednačina u (9) sledi iz relacije "inženjerske" i "stvarne" deformacije.

U uslovima ravne deformacije relacija J- δ za materijale koji ne ojačavaju data je u radu Rajsa /1/. On je našao da je

$$J = \frac{1 + \pi/2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \delta \quad (10)$$

Za slučaj ravne deformacije je:

$$\int_{r_2} \alpha(y) dy = \frac{1 + \pi/2}{\sqrt{3}} \frac{\delta_i}{e^{\varepsilon_{ft}} - 1} \quad (11)$$

Jednačine (9) i (11) reprezentuju zahteve za pitanju u blizini vrha prsline za materijale koji ne ojačavaju. Takvi materijali nisu pogodni za primenu koncepta J-integrala. Isti zahtevi bi trebalo da važe i za materijale koji ojačavaju. Relacija (6) ne zavisi od ponašanja materijala, i ukoliko se jed. (9) i (11) uvrste u jednačinu (6) dobija se :

$$J_c = \begin{cases} \frac{W_f \delta_i}{(e^{\varepsilon_{ft}} - 1)} & \text{Ravno stanje napona} \\ \frac{(1 + \pi/2) W_f \delta_i}{\sqrt{3}(e^{\varepsilon_{ft}} - 1)} = \frac{1.48 W_f \delta_i}{(e^{\varepsilon_{ft}} - 1)} & \text{Ravna deformacija} \end{cases} \quad (12)$$

$$\beta = \begin{cases} \frac{W_f \delta_i}{\sigma_0(\exp \varepsilon_{ft} - 1)} & \text{Ravno stanje napona} \\ \frac{1.48 W_f \delta_i}{\sigma_0(\exp \varepsilon_{ft} - 1)} & \text{Ravna deformacija} \end{cases} \quad (13)$$

Ove relacije su izvedene baš za slučaj kada prsline počinje da se kreće. Pošto je veza između J-integrala i δ približno linearna, može se smatrati da relacije (12) i (13) takodje važe i u slučaju kada je $J < J_c$. To relacije (12) i (13) generalno važe ukoliko se umesto J_c uvrsti J i umesto δ_i uvrsti δ .

3. Odredjivanje vrednosti W_f i ε_{ft}

Kao što je rečeno W_f i ε_{ft} se mogu lako odrediti na osnovu jednoosnog zateznog ispitivanja okrugle epruvete. Odredjivanje vrednosti W_f preko jednačine (5) ima prednosti, jer se koristi dijagram stvarni napon - stvarna deformacija. Stvarne deformacije

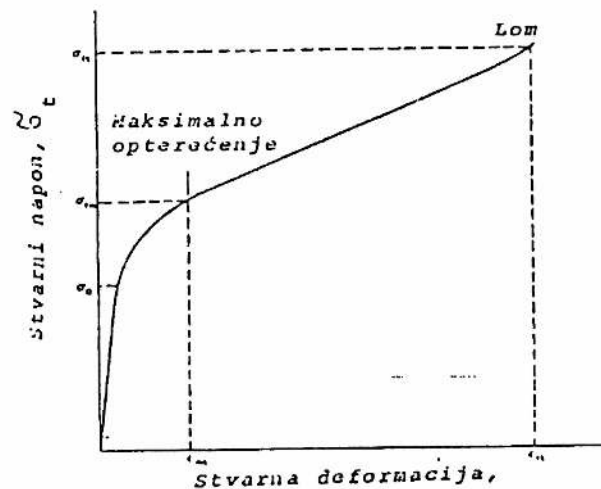
se računaju jednostavnim merenjem trenutnog prečnika, d , opterećene epruvete preko izraza

$$\varepsilon_t = 2 \ln(d_0/d)$$

gde je d_0 početni prečnik. Stvarni napon je

$$\sigma_t = \frac{4P}{\pi d^2}$$

gde je P primenjeno opterećenje. Dijagram stvarni napon - stvarna deformacija za duktilne materijale ima podesan oblik (slika 4) /13, 14/. Može se zapaziti da se u periodu sužavanja epruvete, koji proširuje fazu stvarne lokalne deformacije na dijagramu, uspostavlja linearna zavisnost između napona i deformacija.



Sl. 4 Tipičan dijagram stvarni napon-deformacija za duktilan materijal

Fig.4. Typical true stress-true strain diagram for a ductile metal

To implicira sledeću jednostavnu relaciju za W_f /14/

$$W_f = \sigma_0 + \sigma_m + \frac{\sigma_m + \sigma_f}{2} (\varepsilon_f - \varepsilon_{mt}) \quad (14)$$

gde je

$$\sigma_m = \frac{4P_m}{\pi d_m^2} \quad \sigma_f = \frac{4P_f}{\pi d_f^2}$$

$$\varepsilon_{mt} = 2 \ln\left(\frac{d_0}{d_m}\right) \quad \varepsilon_f = 2 \ln\left(\frac{d_0}{d_f}\right)$$

P_m je maksimalno opterećenje P , P_f je opterećenje neposredno pre loma, d_m je prečnik epruvete nakon loma ali na preseku gde nije došlo do lokalnog sužavanja (necking) i d_f je prečnik prelomljene površine. Stoga je određivanje W_f i ε_f i moguće izvršiti uz pomoć skromne laboratorijske opreme.

4. Rezultati i diskusija

U literaturi /6/ je prikazano da se vrednost za β smanjuje sa povećanjem stepena prethodne plastične deformacije i to od 1,6 za nedeformisano stanje na 1,0 pri prethodnoj deformaciji od 30 %. Jednačine (13) obuhvata taj efekt. Povećanjem deformacije na hladno, napon tečenja, σ_0 , se povećava i intenzitet energije pri lomu, W_f , će se smanjivati. Stoga, jednačine (12) i (13) bi trebale da daju zadovoljavajuće rezultate. Sa ciljem da se proverí da li rezultati relacija (12) i (13) daju prihvatljiv red veličine, sračunata je vrednost β za dva različita čelika prema relaciji (13). Za čelik visoke čvrstoće (napon tečenja $\sigma_{0,2} = 1300$ MPa) dobijeno je $\beta = 0,98$ za ravno stanje napona i $\beta = 1,45$ za ravnu deformaciju. Za neki čelik u žarenom stanju ($\sigma_0 = 570$ MPa) prema jed. (13) dobija se da je $\beta = 1,28$ (za ravno stanje napona i $\beta = 1,89$ za ravnu deformaciju. Ovi rezultati su po svemu sudeći potpuno prihvatljivi.

Jedini objavljeni radovi u kojima se prikazuju rezultati utvrđenih vrednosti potrebnih za potpunije upoređivanje, su istraživanja u Institutu IWM u Frajburgu /8, 10/. U tim radovima su prikazani eksperimentalni rezultati dobijene veze između J i δ , kao i rezultati numeričke analize za čelike E-460 (Ni-V) ($\sigma_{0,2} = 497$ MPa) koristeći bočno zarezane (SEN) i kompaktne (CT) epruvete. Ovi rezultati su prikazani u tabeli 1.

TABELA 1

Upoređenje vrednosti β za čelik E460, za tri vrednosti J- integrala i dve vrste epruveta (SEN i CT)

J N/mm	SEN- Uzorak			CT- Uzorak		
	100	200	300	100	200	300
(1)	1.00 ± 0.15			1.55 ± 0.15		
(2)	1.33	1.33	1.29	1.50	1.50	1.53
(3)	0.95	1.07	1.12	1.07	1.18	1.23
(4)	1.22	1.31	1.35	1.66	1.88	1.99
(5)	1.05					
(6)	1.55					

1. eksperimentalno /8/
2. trodimenzionalna analiza konačnim elementima /10/
3. dvodimenzionalna analiza konačnim elementima, za ravno stanje napona /10/
4. dvodimenzionalana analiza konačnim elementima, za ravnu deformaciju /10/
5. koristeći jednačinu (13), za ravno stanje napona
6. koristeći jednačinu (13), za ravnu deformaciju

I u slučaju nehomogenog materijala, kao što je zavareni spoj, vršena su ispitivanja koeficijenta β /17/, gde je takodje utvrđena linearna zavisnost J i δ .

Zaključak

Na osnovu izložene analize većeg broja rezultata ispitivanja, neosporan je zaključak da uvođenje koeficijenta β u primenjivanu relaciju $J = \sigma_0 \delta$ poboljšava tačnost određivanja J-integrala. Od posebnog značaja je saznanje da stanje prethodnog deformacionog ojačavanja ima uticaja. Prikazani rezultati u ovom radu se mogu koristiti u praksi kod konkretnih slučajeva ispitivanja u okviru mehanike loma materijala.

Literatura

- /1/ J.R. Rice, Mathematical analysis in the mechanics of fracture, In Fracture (Edited by H. Liebowitz), Vol. 1 191-311. Academic Press, New York (1968)
- /2/ A.A. Wells, Symposium on crack propagation, College of Aeronautics, Cranfield, Paper 84, pp 210-230 (1961)
- /3/ J.W. Hutchinson and P.C. Paris, ASTM STP 668, 37-64 (1979)
- /4/ C.F. Shih, M.O. German and V. Kumar, Int.J.Press. Vessel and Piping 9, 159-196 (1981)
- /5/ J.N. Robinson, Int. J. Fracture 12, 723-737 (1976)
- /6/ C.G. Chipperfield, Int. J. Fracture 12, 873-886 (1976)
- /7/ T. Hollstein and J.G. Blauel, Int. J. Fracture 13, 385-390 (1977)
- /8/ T. Hollstein, Experimentelle Untersuchungen zum Verhalten von Rissen bei elasto-plastischen Werkstoffverformungen, W1/82 Fraunhofer Institut für Werkstoffmechanik, Freiburg, Germany (1982)...
- /9/ C.F. Shih, J. Mech. Phys. Solids 29, 305-326 (1981)
- /10/ W. Schmitt, Anwendung der Methode der Finiten Elemente in der Bruchmechanik, Ph.D. Thesis D17, Technische Hochschule Darmstadt (1981)
- /11/ J.R. Rice and G.F. Rosengren, J. Mech. Phys. Solids 16, 1-15 (1968)
- /12/ D.S. Dugdale, J. Mech. Phys. Solids 8, 100-108 (1960)
- /13/ L.F. Gillemot, Engng Fracture Mech. 8, 239-253 (1976)
- /14/ H.J. Schindler and U. Morf, Mater. und Technik 6, 9-17 (1978)
- /15/ F.A. McClintock, Plasticity aspects of fracture, In Fracture (Edited by H. Liebowitz), Vol.III, pp.47-225. Academic Press, New York (1971)
- /16/ R.M. McMeeking, J. Mech. Phys. Solids 25, 357-381 (1981)
- /17/ I. Glavardanov, Primena J-integrala Rajsca za ocenu plastičnog i krtog ponašanja metala, Monografija, OOUR Institut za proizvodno mašinstvo, Novi Sad, 1991