

R. Kovač\*

ODREDJIVANJE BRZINE RASTA KRISTALA  
DETERMINATION OF CRYSTAL GROWTH VELOCITY

Summary

Based on Kolmogorov kinetic equation of solidification (3), equation of energy conservation in a casting - die system (18) and general relation for normal growth of crystal (4), equation (27) which determines growth velocity of crystal, is given. This equation connects die and casting parameters and it is presented in analytical form.

Using growth velocity of crystal  $W$  and undercooling  $T_{kr} - T$  ratio in temperature interval of crystallisation, coefficient of growth velocity of crystal  $k_0$  is determined.

In experimental way coefficient of heat transfer  $\alpha$  between the casting and the die, and number of grains in structure is obtained. According to equilibrium diagram of Al-Cu alloy, using relative amount of solid fraction  $\psi$  and equilibrium temperature  $T_r$ , undimensional parameter  $K_3$  is determined.

According to presented equations, it can be seen that significant influence on changing of crystal growth speed  $W$  and coefficient of crystal growth velocity, has relative fraction of solid phase  $\psi$ . Significant increasing of solid fraction  $\psi$  at the beginning of solidification (when undercooling is quite small) has influence on changes crystal growth coefficient  $k_0$  (Fig.4.), and way of changing of crystal growth velocity as well (Fig.3.).

\*Kovač dr Risto, dipl.ing., vanr.prof. Fakulteta tehničkih nauka. Institut za proizvodno mašinstvo, 21000 Novi Sad, V.Perića-Valtera 2.

## Rezime

Korišćenje kinetičke jednačine kristalizacije Kolmogorova (3), rešenja jednačine toplotnog bilansa sistema odlivak-kalup (18) i opšteg izraza za brzinu normalnog rasta kristala (4) izvedena je jednačina brzine rasta kristala (27), koja u analitičko-funkcionalnom obliku povezuje parametre kalupa i odlivka, u realnim uslovima livenja.

Koeficijent brzine rasta kristala  $k_0$  određen je odnosom brzine rasta kristala  $W$  i pothladjenja  $T_{kr}-T$  u intervalu temperatura kristalizacije, prema jednačini (28).

Na osnovu rezultata eksperimenta određen je koeficijent prelaza toplote  $\alpha$  sa odlivka na kalup (kokila), kao i broj zrna u strukturi odlivka. Vrednost bezdimenzionog kriterija  $K_3$  (23) određena je na osnovi ravnotežnog dijagrama stanja legure Al-Cu, preko relativne količine čvrste faze i ravnotežne temperature  $T_r$ .

Na karakter promene brzine rasta kristala  $W$  i koeficijenta brzine rasta kristala  $k_0$ , prema datim jednačinama, značajan uticaj ima bezdimenzioni kriterij  $K_3$ , odnosno relativna količina čvrste faze  $\psi$ . Kako je priraštaj relativne količine čvrste faze  $\psi$  vrlo intenzivan pri malim pothladjenjima (sl.1), a zatim približno konstantan, to se odrazilo i na karakter promene koeficijenta brzine rasta kristala  $k_0$  (sl.4), a time i na karakter promene brzine rasta kristala  $W$  (sl. 3).

## 1.0. UVOD

Polazeći od opšteg izraza za brzinu rasta kristala, kinetičke jednačine Kolmogorova, jednačine toplotnog bilansa sistema odlivak-kalup i rezultata eksperimenta, učinjen je pokušaj da se odredi karakter promene brzine rasta kristala i koeficijenta brzine rasta kristala, kao i njihove brojne vrednosti u intervalu temperatura kristalizacije legure AlCu<sub>4,5</sub>. U radu je brzina rasta kristala izražena u analitičko-funkcionalnom obliku, koji povezuje parametre kalupa, odlivka i legure u jednu celinu i iskazuje njihov istovremeni uticaj na brzinu rasta kristala i koeficijent brzine rasta kristala u realnim uslovima livenja. Koristeći rezultate eksperimentalnih merenja određena je vrednost koeficijenta prelaza toplote  $\alpha$  sa odlivka na kalup, kao i broj zrna u strukturi odlivka. Parametri određeni putem eksperimenta egzistiraju u jednačini koja određuje brzinu rasta kristala i koeficijent brzine rasta kristala, što njihove vrednosti čini realnijim. Rad ne pretenduje na tačnost određivanja vrednosti navedenih parametara procesa kristalizacije, već u prvom redu na njihovo iskazivanje kao funkcije realnih parametara procesa livenja i karakter promene u intervalu temperatura kristalizacije.

## 2.0. FIZIČKA SVOJSTVA LEGURE

Prema ravnotežnom dijagramu stanja legura AlCu<sub>4,5</sub> ima temperaturu likvidusa  $T_{\text{lik}}=923$  K, temperaturu solidusa  $T_{\text{sol}}=843$  K, a interval temperatura kristalizacije  $\Delta T_{\text{kr}}=T_{\text{lik}}-T_{\text{sol}}=80$  K.

Fizičke veličine legure u intervalu temperatura kristalizacije, određene su korišćenjem pravila aditivnosti /1/. Srednje vrednosti ovih veličina su: specifična toplota kristalizacije  $L=385$  KJ/kg, specifična toplota legure  $C=1158$  J/kgK, gustina čvrste faze  $\rho_{\text{c}}=2980$  kg/m<sup>3</sup> i gustina tečne faze  $\rho=2433$  kg/m<sup>3</sup>.

Približna vrednost efektivne toplote provodljivosti legure u intervalu temperatura kristalizacije određiće se, takodje, korišćenjem pravila aditivnosti /1,2/.

$$\lambda = \lambda' \psi + \lambda'' (1 - \psi) \quad (1)$$

gde je  $\lambda'$  - efektivna toplotna provodljivost čvrste faze, a  $\lambda''$  - efektivna toplotna provodljivost tečne faze. Primenom pravila aditivnosti dobija se  $\lambda' = 217$  W/mK i  $\lambda'' = 112$  W/mK, što je blisko vrednostima datim u /1/. U jednačini (1)  $\psi$  predstavlja relativnu količinu čvrste faze u intervalu temperatura kristalizacije, a određena je korišćenjem pravila poluge iz dijagrama stanja legure Al-Cu.

## 3.0. USLOVI EKSPERIMENTA

Za potrebe eksperimenta, legura AlCu<sub>4,5</sub> napravljena je od aluminijuma koji prema certifikatu ima sledeći hemijski sastav: 0,16%Fe, 0,01%Cu, 0,03%Zn, 0,064%Ti i predlegure sa 33%Cu, napravljene od aluminijuma navedenog hemijskog sastava. Topljenje je obavljeno u elektrootpornoj peći sa grafitnim loncem, tako što je prvo topljen aluminijum a zatim rastopu dodavana predlegura. Za modificiranje je korišćen "SILTOP", a za degazaciju "DEGAZID 25". Temperatura livenja  $T_l=953$  K (680°C).

Debljina zida odlivka, oblika ploče, je  $2X=14$  mm. Livenje je obavljeno u metalnom kalupu (kokili). Radi određivanja vrednosti koeficijenta prelaza toplote  $\alpha$  sa odlivka na kalup, na spoljnom zidu metalnog kalupa pisčem "HOTINGER" - svetlosni oscilograf AF8UV, merena je promena temperature. Na osnovu ove temperature određena je vrednost koeficijenta prelaza

toplote sa odlivka na kalup, čija vrednost iznosi  $\alpha = 1156 \text{ W/m}^2\text{K}$  /3/. Ova vrednost koeficijenta  $\alpha$  odnosi se samo na period očvršćavanja odlivka, tj. na period prelaska iz tečne u čvrstu fazu, što odgovara vremenu  $\tau = 14\text{s}$ .

#### 4.0. OBLIK OČVRŠĆAVANJA ODLIVKA

Oblik procesa očvršćavanja odlivka zavisi od intervala temperature kristalizacije  $\Delta T_{\text{kr}} = T_{\text{lik}} - T_{\text{sol}}$  i pada temperature po preseku zida odlivka  $\delta T$ .

Pad temperature po preseku zida odlivka karakteriše se intenzivnošću odvojene toplote od odlivka u kalup, a izražava se kriterijum Bi, gde je:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot X}{\lambda}$$

Uslov zapreminskog očvršćavanja odlivka je /1/.

$$Bi \ll \frac{\Delta T_{\text{kr}}}{T_{\text{kr}} - T_{\text{s}}}$$

ili

$$\delta T = \frac{X}{\lambda} (T_{\text{kr}} - T_{\text{s}}) \ll \Delta T_{\text{kr}} \quad (2)$$

gde je  $T_{\text{kr}}$  - temperatura kristalizacije i iznosi  $T_{\text{kr}} = T_{\text{lik}} = 923 \text{ K}$ , a  $T_{\text{s}} = 293 \text{ K}$  - temperatura okolne sredine u kojoj se odlivak hladi.

Na osnovu napred nevedenih vrednosti  $\alpha = 1156 \text{ W/m}^2\text{K}$  karakteristične dimenzije odlivka  $X = 0,007 \text{ m}$ , vrednosti  $\lambda$  određene prema (1), vrednosti  $T_{\text{kr}} = 923 \text{ K}$  i vrednosti  $T_{\text{s}} = 293$  ispunjen je uslov (2) koji pokazuje da se u datim uslovima očvršćavanja legure AlCu<sub>4,5</sub> obavlja proces zapreminskog očvršćavanja.

Karakteristika zapreminskog oblika očvršćavanja je da se istovremeno po celom preseku zida odlivka javljaju kristali u tečnoj fazi. U tom slučaju, za analizu procesa kristalizacije može se koristiti jednačina Kolmogorova /4/.

#### 5.0. ODREĐIVANJE KRIVE HLADJENJA ODLIVKA

Odlučujuću ulogu na obrazovanje centra kristalizacije, u realnim rastopima, igraju nerastvorive primese. Na ovim primesama centri kristalizacije se obrazuju uz manja pothladjenja, dok su za obrazovanje spontanih centara

kristalizacije neophodna veća pothladjenja.

Kod legura Al-Cu, bez prisustva titana, za obrazovanje centara kristalizacije neophodno je pothladjenje od 1-2°C. Uz prisustvo 0,002-0,1%Ti pothladjenje neophodno za obrazovanje centara kristalizacije se ne uočava /5/. Imajući ovo u vidu, relativna količina čvrste faze  $\psi$  u intervalu temperatura kristalizacije može se opisati jednačinom Kolmogorova /4, 6,7/

$$\psi = \frac{V}{V_0} = 1 - \exp \left\{ \phi N \int_0^{\tau} W(\tau) d\tau \right\}^3 \quad (3)$$

gde je  $V$  - zapremina čvrste faze,  $V_0$  - zapremina tečne faze,  $\phi$  - oblik rasta kristala,  $N$  - broj centara kristalizacije i  $W(\tau)$  - brzina rasta kristala.

Iz strukture jednačine (3) proizilazi da su svi centri kristalizacije obrazovani pri temperaturi kristalizacije. Ista jednačina, ali sa manjom tačnošću, može se koristiti pod pretpostavkom da je broj centara kristalizacije naknadno obrazovanih zanemarivo mali, ili da su centri kristalizacije obrazovani pri zanemarivo malim pothladjenjima.

U teoriji kristalizacije poznato je više mehanizama rasta kristala. Međutim, nema jedinstvenog mišljenja koji se mehanizam rasta kristala ostvaruje kod pojedinih metala i legura i pod kojim uslovima. Prema /4,8,9/ za metalne materijale može se prihvatiti normalan mehanizam rasta kristala.

Brzina normalnog rasta kristala  $W$  odredjena je izrazom /4,8/:

$$W = k_0 (T_{kr} - T) \quad (4)$$

gde je  $k_0$  - koeficijent brzine rasta kristala,  $T=T(\tau)$  - tekuća temperatura.

Unošenjem (4) u (3) jednačina (3) dobija oblik

$$\psi = 1 - \exp \left\{ \phi N \int_0^{\tau} k_0 (T_{kr} - T) d\tau \right\}^3 \quad (5)$$

Ako se u jednačini (5) eksponent označi sa  $\beta$ , tj.

$$\beta^3 = \phi N \left| \int_0^{\tau} k_o (T_{kr} - T) d\tau \right|^3 \quad (6)$$

jednačina (5) glasi:

$$\psi = 1 - \exp(-\beta^3) \quad (7)$$

Diferenciranjem jednačine (7) dobija se:

$$d\psi = 3\beta^2 \cdot \exp(-\beta^3) d\beta \quad (8)$$

Ako se u prethodnoj jednačini  $3\beta^2 \exp(-\beta^3)$  označi sa  $f_i$  ista glasi:

$$d\psi = f_i \cdot d\beta \quad (9)$$

Delenjem ove jednačine sa  $d\tau$ , dobija se

$$\frac{d\psi}{d\tau} = f_i \frac{d\beta}{d\tau} \quad (10)$$

Iz jednačine (6)

$$\beta = (\phi N)^{1/3} \left| \int_0^{\tau} k_o (T_{kr} - T) d\tau \right| \quad (11)$$

ili

$$\frac{d\beta}{d\tau} = (\phi N)^{1/3} k_o (T_{kr} - T) \quad (12)$$

Unošenjem (12) u (10) jednačina (10) glasi:

$$\frac{d\psi}{d\tau} = f_i (\phi N)^{1/3} k_o (T_{kr} - T) \quad (13)$$

Jednačina (13) određuje prirast relativne količine čvrste faze  $\psi$  po vremenu  $\tau$ , u funkciji od temperature  $T$ .

Jednačina toplotnog bilansa sistema odlivak - kalup glasi:

$$\frac{dQ}{d\tau} = L\rho_{\check{c}} \frac{dV}{d\tau} + c\rho V_o \frac{d(\Delta T)}{d\tau} \quad (14)$$

Imajući u vidu da je u (13)  $\psi = V/V_o$  to nakon unošenja (13) u (14) prethodna jednačina dobija oblik:

$$\frac{dQ}{d\tau} = \rho \check{c} L \cdot V_o f_i (\phi N)^{1/3} k_o (T_{kr} - T) + cV_o \frac{d}{d\tau} (T_{kr} - T) \quad (15)$$

Intenzitet odvodjenja toplote od odlivka u kalup  $dQ/d\tau$ , pri maloj vrednosti kriterija Bi ( $Bi < 0,1$ ) odredjen je izrazom /1,4/

$$\frac{dQ}{d\tau} = \alpha (T - T_s) \cdot S \quad (16)$$

gde je S - površina kontakta odlivka i kalupa.

Unošenjem (16) u (15) i posle niza sredjivanja dobija se rešenje jednačine (16) za period hladjenja rastopa (bez prisustva čvrste faze) od temperature livenja  $T_1$  do temperature kristalizacije  $T_{kr}$  u obliku

$$T' = (T_1 - T_s) \cdot \exp(-BiF_o) + T_s \quad (17)$$

i hladjenje u intervalu temperatura kristalizacije  $T_{lik} - T_{sol}$ , u obliku:

$$T = (T_{kr} - T_s) \left| \frac{f_i K_1 K_2 K_3}{Bi + K_1 K_2 K_3 f_i} + \left( \frac{T_{i-1} - T_s}{T_{kr} - T_s} - \frac{f_i K_1 K_2 K_3}{Bi + K_1 K_2 K_3 f_i} \right) \cdot \exp \left| -(Bi + f_i K_1 K_2 K_3) (F_{o_i} - F_{o_{i-1}}) \right| \right| + T_s \quad (18)$$

Bezdimenzioni kriteriji u prethodnim jednačinama odredjeni su izrazima:

$$K_1 = \frac{\rho \check{c}}{\rho}; \quad K_2 = \frac{L}{c(T_{kr} - T_s)}$$

$$K_3 = (\phi N)^{1/3} \cdot k_o (T_{kr} - T_s) \cdot \frac{X^2}{a} \quad (19)$$

$$F_o = \frac{a \cdot \tau}{x^2} - \text{Furije-ov broj}$$

$$Bi = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda} - \text{Bio-v broj}$$

Jednačina (17) odredjuje krivu hladjenja pregrejanog rastopa, a jednačina (18) krivu hladjenja rastopa u intervalu temperature kristalizacije  $T_{lik} - T_{sol}$ .



Vreme hladjenja pregrejanog liva odrediće se iz jednačine (17) pri  $T=T_{kr}$ .

Da bi se odredila temperatura  $T$  definisana jednačinom (18) potrebno je poznavati veličine kriterija  $K_1$ ,  $K_2$  i  $K_3$  kao i vrednosti funkcije  $f_i$ . Kako su poznata fizička svojstva legure, to su poznate i vrednosti kriterija  $K_1$  i  $K_2$ . Vrednost kriterija  $K_3$  je nepoznata jer sadrži broj centara kristalizacije  $N$ , odnosno broj zrna u jedinici zapremine odlivka i veličinu koeficijenta brzine rasta kristala  $k_o$ . Broj zrna  $N$  u strukturi odliva moguće je približno odrediti preko metalografskih uzoraka, dok se vrednost koeficijenta brzine rasta kristala u realnim uslovima livenja ne može odrediti.

Približnu vrednost kriterija  $K_3$  moguće je odrediti uspostavljenjem veze izmedju relativne količine čvrste faze  $\psi$  određene na osnovu ravnotežnog dijagrama stanja legure Al-Cu i jednačine Kolmogorova.

Relativna količina čvrste faze  $\psi$ , legure AlCu<sub>4,5</sub>, funkcija je ravnožene temperature  $T_r$  dijagrama stanja. Analogno (13) napisaće se

$$\psi = f_i(\phi N)^{1/3} \int_u^T k_o(T_{kr} - T_r) d\tau \quad (20)$$

gde je  $T_r$  - ravnotežna temperatura dijagrama stanja kojoj odgovara relativna količina čvrste faze  $\psi$ . Dodavanjem i oduzimanjem  $T_s$  jednačina (20) se svodi na oblik

$$\psi = f_i(\phi N)^{1/3} (T_{kr} - T_s) k_o \int_0^T \left(1 - \frac{T_r - T_s}{T_{kr} - T_s}\right) d\tau \quad (21)$$

Integraljenjem jednačine (21) i nakon toga, zamenom

$$\tau = \frac{X^2}{a} F_o$$

dobija se:

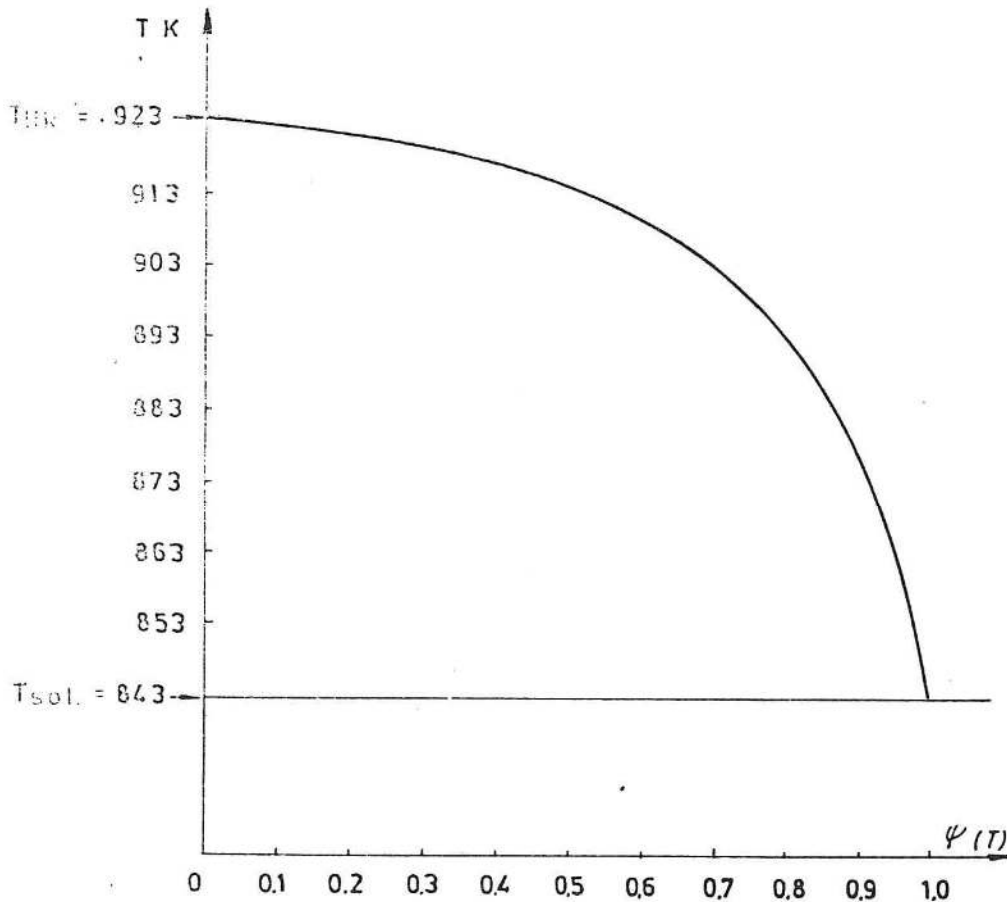
$$\psi = f_i(\phi N)^{1/3} k_o (T_{kr} - T_s) \frac{X^2}{a} \left(1 - \frac{T_r - T_s}{T_{kr} - T_s}\right) \cdot F_o \quad (22)$$

Iz jednačine (22), imajući u vidu (19) dobija se vrednost bezdimenzionog kriterija  $K_3$  u obliku:

$$K_3 = \frac{\psi}{f_i \left(1 - \frac{T_r - T_s}{T_{kr} - T_s}\right) \cdot F_o} \quad (23)$$



Vrednost relativne količine čvrste faze je  $\psi = \frac{V}{V_0}$  i kreće se od nule na početku procesa do jedan na završetku procesa očvršćavanja, tj.  $0 < \psi < 1$ . Na slici br.1. data je zavisnost relativne količine čvrste faze  $\psi$  od temperature  $T_R$  ravnotežnog dijagrama stanja legure Al-Cu. Relativna količina čvrste faze  $\psi$  u zavisnosti od temperature  $T_R$  određena je korišćenjem pravila poluge.



Sl.1. Relativna količina čvrste faze  $\psi$

Radi odredjivanja vrednosti  $f_i$  u (23) iz (8) i (9) izraz  $3\beta^2 \exp(-\beta^3)$  napisaće se u obliku:

$$f_i = 3\left(\beta_{i-1} + \frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 \exp\left(-\left(\beta_{i-1} + \frac{\Delta\beta}{2}\right)^3\right) \quad (24)$$

gde je:

$$\Delta\beta = \beta_i - \beta_{i-1}$$

Iz jednačine (7)

$$\beta_i = \left( \ln \frac{1}{1-\psi_i} \right)^{1/3} \quad (25)$$

Sa slike br.1., za određenu vrednost ravnotežne temperature  $T_r$  očita se vrednost  $\psi$ , koja se unese u (25) i odredi  $\beta_1$ , a zatim  $f_i$  i  $K_3$ . Broj koraka u ovom radu je  $i=20$ , što znači da je u intervalu temperatura kristalizacije  $T_{lik} - T_{sol}$  određeno 20 vrednosti temperatura  $T$  određenih jednačinom (18). Račun je sproveden tabelarno tako da su u zavisnosti od veličine  $\psi$  računane vrednosti  $\lambda$ ,  $Bi$  i  $K_3$ . Vremenski korak  $\Delta\tau = 0,7s$  ili  $F_0 = 0,6663$ .

#### 6.0. ODREDJIVANJE BRZINE RASTA KRISTALA

Brzina rasta kristala  $W$ , u opštem slučaju, određena je jednačinom (4), gde je nepoznata veličina  $k_0$  - koeficijent brzine rasta kristala. Iz izraza (19) izraziće se vrednost ovog koeficijenta, tj.

$$k_0 = \frac{K_3}{(\phi N)^{1/3} (T_{kr} - T_s) \frac{X^2}{a}} \quad (26)$$

Unošenjem izraza (26) i (18) u (4) dobija se izraz za brzinu rasta kristala u obliku:

$$W = \frac{K_3}{(\phi N)^{1/3} (T_{kr} - T_s) \frac{X^2}{a}} \left\{ T_{kr} - (T_{kr} - T_s) \left| \frac{f_i K_1 K_2 K_3}{Bi + K_1 K_2 K_3 f_i} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{T_{i-1} - T_s}{T_{kr} - T_s} - \frac{f_i K_1 K_2 K_3}{Bi + K_1 K_2 K_3 f_i} \right) e^{-(Bi + f_i K_1 K_2 K_3)(F_{O_i} - F_{O_{i-1}})} \right| + T_s \right\} \quad (27)$$

Broj zrna  $N$ , pri napred navedenim uslovima livenja i očvršćavanja odlivka, određen je na metalografskim uzorcima u centralnoj osi zida odlivka. Prebrojavanje zrna vršeno je na više uzoraka i uzeta je srednja vrednost  $N=92/\text{mm}^2$ . Ako se pretpostavi okrugao oblik zrna  $\phi = \frac{4}{3} \pi$ , tada se broj zrna u jedinici zapremine dobije  $N=882/\text{mm}^2$ .

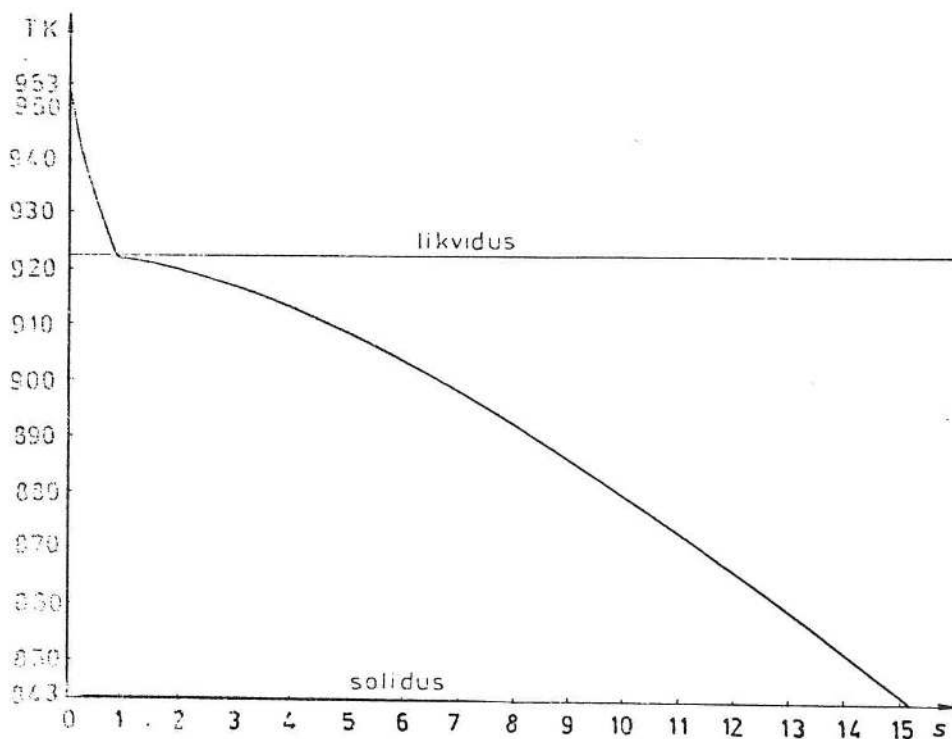
Sada su, praktično, u jednačini (27) koja odredjuje brzinu rasta kristala  $W$  poznate sve veličine, te se ista može odrediti kao brojna veličina u intervalu temperature kristalizacije.

Poznavanjem brzine rasta kristala  $W$  odredjene sa (27) lako je iz izraza (4) odrediti koeficijent brzine rasta kristala:

$$k_o = \frac{W}{T_{kr} - T} \quad (28)$$

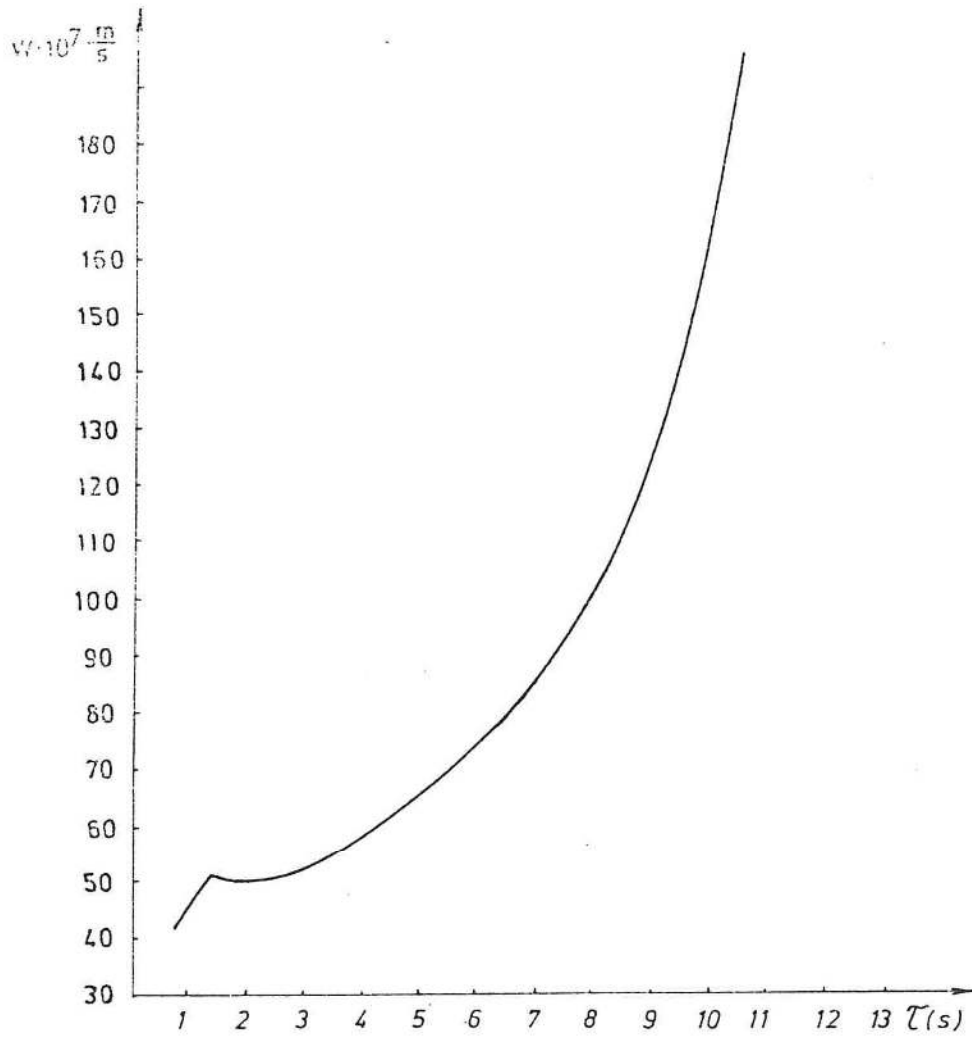
gde je  $T$  - temperatura odredjena jednačinom (18). Broj koraka pri odredjivanju brojnih vrednosti brzine rasta kristala  $W$  odredjene jednačinom (27) i koeficijenta brzine rasta kristala  $k_o$ , odredjenog jednačinom (28) iznosi  $i=20$ , kao i pri odredjivanju temperature odredjene sa (18).

Na slici br.2. prikazana je kriva hladjenja odlivka, prema jednači-

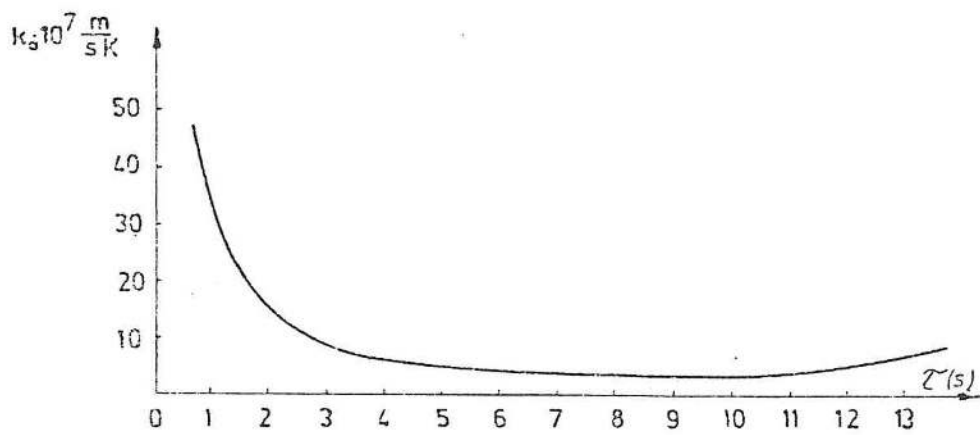


Sl.2. Kriva hladjenja odlivka

nama (17) i (18). Slike br.3. i br.4. prikazuju promenu brzine rasta kristala  $W$  i koeficijenta brzine rasta kristala  $k_o$  u intervalu temperature kristalizacije.



Sl.3. Brzina rasta kristala

Sl.4. Koefficient brzine rasta kristala  $k_0$

## 7.0. ANALIZA REZULTATA

Iz jednačine (27) i (28) sledi da sa porastom broja centara kristalizacije  $N$  u jedinici zapremine odlivka ( $N/m^3$ ) i porastom karakteristične dimenzije zida odlivka  $X$ , opada vrednost brzine rasta kristala  $W$  i vrednost koeficijenta brzine rasta kristala  $k_0$ , s tim što veći uticaj ima karakteristična dimenzija zida odlivka  $X$ .

Brzina rasta kristala, što se vidi sa slike br.3., ima najmanje vrednosti na početku procesa hladjenja rastopa ispod temperature  $T_{kr}$  i ako u tom periodu koeficijent brzine rasta kristala ima najveću vrednost, što se vidi sa slike br.4. Ovakav karakter promene brzine rasta kristala posledica je karaktera promene pothladjenja  $\Delta T_{kr} - T$ , što se vidi sa slike 2.

Najveću vrednost koeficijent brzine rasta kristala  $k_0$  ima na početku procesa kristalizacije, tj. pri malim pothladjenjima, a zatim naglo opada vrednost ovog koeficijenta i stabilizuje se u najvećem delu procesa kristalizacije, gde bi se praktično mogao uzeti kao konstantna veličina.

Ovakav karakter promene koeficijenta brzine rasta kristala  $k_0$  uslovljen je u prvom redu promenom bezdimenzionog kriterija  $K_3$  određenog izrazom (23) i promenom toplotne provodljivosti  $\lambda$  u dvofaznoj oblasti tj. u intervalu temperatura kristalizacije. Izraz (1) pokazuje da se efektivna toplotna provodljivost  $\lambda$  menja se promenom relativne količine čvrste faze  $\psi$ .

Najveći priraštaj relativne količine čvrste faze  $d\psi/dT_r$  ostvaruje se pri malim pothladjenjima. Tako, prema slici br.1., pri pothladjenju  $T_{lik} - T_r = 4^\circ C$  obrazuje se  $\psi = 0,300$  - relativne količine čvrste faze, dok se u celom periodu hladjenja koji sledi obrazuje  $\psi = 0,700$  - relativne količine čvrste faze. Usled toga najveću vrednost bezdimenzioni kriterij  $K_3$  ima pri manjim pothladjenjima, dok daljim padom temperature  $T_r$  vrednost ovog kriterija opada.

Iz napred izloženog sledi, da relativna količina čvrste faze  $\psi$ , čiji je priraštaj neravnomeran u intervalu temperatura kristalizacije legure, direktno utiče na promenu efektivne toplotne provodljivosti  $\lambda$  određenu izrazom (1) i bezdimenzioni kriterij  $K_3$  određen izrazom (23) i to tako da sa porastom  $\psi$  vrednost  $\lambda$  raste, dok vrednost kriterija  $K_3$  opada.

Kako efektivna toplotna provodljivost  $\lambda$  ( $a = \lambda / c_p$ ) i bezdimenzioni kriterij  $K_3$  egzistiraju u jednačini koja određuje brzinu rasta kristala (27) i koeficijent brzine rasta kristala (28), to  $\lambda$  i  $K_3$  utiču na karakter promene brzine rasta kristala  $W$  i koeficijenta brzine rasta kristala  $k_0$ .

Zamenom u (26) ili (27)  $a = \lambda / c\rho$  dolazi se do sledećeg zaključka. Koeficijent brzine rasta kristala  $k_0$  imao bi konstantnu vrednost u slučajevima:

- a) Ako je proizvod  $\lambda \cdot K_3$  u intervalu temperatura kristalizacije konstantna veličina
- b) Ako su  $\lambda$  i  $K_3$  u intervalu temperatura kristalizacije konstantne veličine.

Relativna količina čvrste faze  $\psi$  određena je na osnovu ravnotežnog dijagrama stanja legure Al-Cu, te se može postaviti pitanje koliko ovakav način određivanja relativne količine čvrste  $\psi$  odražava realan proces.

## 8.0. ZAKLJUČCI

Na osnovu napred izloženog mogu se doneti sledeći zaključci:

1. Brzina rasta kristala izražena je u analitičko-funkcionalnom obliku, koji povezuje parametre procesa, što omogućava analizu uticaja pojedinih parametara na brzinu rasta kristala.
2. Karakter promene brzine rasta kristala i koeficijenta brzine rasta kristala, prema izrazima (27) i (28), u velikoj meri zavisi od bezdimenzionog kriterija  $K_3$  i efektivne toplotne provodljivosti  $\lambda$ .
3. Na veličinu koeficijenta brzine rasta kristala i brzinu rasta kristala veći uticaj ima karakteristična dimenzija zida odlivka  $X$ , nego broj centara kristalizacije  $N$ .
4. Koeficijent brzine rasta kristala nije konstantna veličina u intervalu temperatura kristalizacije.

## 9.0. LITERATURA

- /1/ Vejnik, A.I.: Teorija zatverdevanija otlivki. "MAŠGIZ", Moskva 1960.
- /2/ Golovanov, A.L., Klipov, A.D. i dr.: Kristalizacija v uslovijach vinuženog peremešivanija židkogo metalla v izložnice. Metally, No-6, 1978.
- /3/ Kovač R.: Odredjivanje koeficijenta prelaza toplote u sistemu odlivak-metalni kalup. Zbornik radova Instituta za proizvodno mašinstvo, br.1. Novi Sad, 1984.
- /4/ Balandin, G.F.: Formirovanie kristalličeskogo stroenija otlivok, "Mašinstroenie", Moskva, 1973.

- /5/ Bondarev, B.I. i dr.: Modificiranje aluminijevih deformiranih splavov. "Metallurgija", Moskva, 1979.
- /6/ Balandin, G.F., Vorobjev, I.L.: Metod analiza obimnog zatvrdjivanja, Izvestija Vysšich učebnih zavedenij, "Mašinstroenije", No-9, 1973.
- /7/ Balandin, G.D., Vorobjev, I.L.: Opredelenie uslovij obimnog zatvrdjivanja, Izvestija Vysšich učebnih zavedenij, "Mašinstroenije", No-10, 1972.
- /8/ Borisov, V. T., Vinogradov, V. V., Tjažljjenikova, I. L.: Kvaziravnovesnaja teorija dvuchfaznoj zoni i ee primenenie k zatvrdjivaniju splavov. Izvestija visšich učebnih zavedenij. Černaja metalurgija 5, 1977.
- /9/ Somov, A. I., Tihonovskij, M. A.: Evtetičeskie kompozicii, "Metallurgija", Moskva, 1976.